Conceptus 16 (1982), Nr. 38, S. 45-59
(Online publiziert mit Erlaubnis des Verlags
De Gruyter)

jahrgang XVI, nr. 38
1982

ISSN 0010-5155

conceptus

zeitschrift für philosophie

philosophie - mathematik - logik

Conceptus XVI(1982)Nr.38,S.45-59.

LOGISCHE KONSTANTEN UND REGELN

Zur Deutung von Aussagenoperatoren[1]

von

Peter SCHROEDER-HEISTER, Konstanz

Im folgenden möchte ich skizzieren, daß eine Erweiterung des üblichen Regel- und Ableitungsbegriffes die Möglichkeit bietet, ein befriedigendes Schema für Einführungs- und Beseitigungsregeln aussagenlogischer Operatoren anzugeben, die als Bedeutungsregeln angesehen werden können. Abschnitte I - III entwickeln die Idee ausgehend von Gentzens Bemerkungen zur Rechtfertigung der Regeln des natürlichen Schließens, Abschnitt IV diskutiert mit dem gewählten Regelbegriff verbundene Probleme, und Abschnitt V gibt einen Ausblick auf ein alternatives Programm zur Rechtfertigung logischer Regeln.

I. Gentzens Programm und die Suche nach einem allgemeinen Schema für Operatorenregeln

Zur philosophischen Signifikanz des 1935 von ihm entworfenen Kalküls des natürlichen Schließens hat Gentzen nicht viel gesagt. Einige der wenigen Bemerkungen jedoch, die man dazu bei ihm findet, lassen sich als Programm für eine bestimmte Interpretation dieses Kalküls lesen, die in neuerer Zeit vor allem von Dummett und Prawitz in den Vordergrund gerückt wurde. Es geht dabei nicht so sehr um den Aspekt, dem "wirklichen Schließen" durch einen Logikkalkül möglichst nahe zu kommen, ein Aspekt, der Gentzen zur Namengebung des Kalküls veranlaßte ([3], 176), sondern vielmehr um die "beachtenswerte Systematik" ([3], 189), welche die Schlußfiguren des Kalküls aufweisen. Damit ist einmal gemeint, daß jede Regel sich auf *genau eine* logische Konstante bezieht (jedenfalls beim intuitionistischen Kalkül); zum anderen, daß jeder logischen Konstante ein Paar von Regeln zugehört, eine *Einführungsregel* (E-Regel), deren Konklusion das logische Zeichen als Hauptzeichen enthält, und eine *Beseitigungsregel* (B-Regel), von der eine Prämisse (die Hauptprämisse) das logische Zeichen als Hauptzeichen enthält. Dabei kann die E- bzw. B-Regel eines Zeichens in mehrere Regeln zerfallen (wie bei $\vee$-E und $\wedge$-B), was jedoch nach Gentzen "eine belanglose, rein äußerliche Abweichung" (ebd.) ist.

Diese Systematik von Einführungs- und Beseitigungsregeln weist nach Gentzens Meinung eine gewisse Asymmetrie auf. Gentzen bemerkt nämlich:

> "Die Einführungen stellen sozusagen die 'Definitionen' der betreffenden Zeichen dar, und die Beseitigungen sind letzten Endes

[1] Für eine Reihe von Anregungen danke ich Prof. Dag Prawitz, der mich unter anderem auf die in Abschnitt IV diskutierte Problematik aufmerksam gemacht und den dort verwendeten Terminus "genuine Regel" vorgeschlagen hat.

> nur Konsequenzen hiervon, was sich etwa so ausdrücken läßt: Bei der Beseitigung eines Zeichens darf die betreffende Formel, um deren äußerstes Zeichen es sich handelt, nur 'als das benutzt werden, was sie auf Grund der Einführung dieses Zeichens bedeutet'. ... Durch Präzisierung dieser Gedanken dürfte es möglich sein, die B-Schlüsse auf Grund gewisser Anforderungen als eindeutige Funktionen der zugehörigen E-Schlüsse nachzuweisen." (Ebd.)

Das heißt also:

1. E-Regeln sind ausgezeichnet gegenüber B-Regeln, insofern sie die logischen Konstanten definieren.
2. B-Regeln sind von E-Regeln funktional abhängig, sogar (in nicht näher bezeichneter Weise) aus diesen abgeleitet.

Beide Thesen begründet Gentzen nicht weiter, abgesehen davon, daß bei ihm unklar bleibt, was unter Definition und funktionaler Abhängigkeit verstanden werden soll.

Nach Dummett und Prawitz lassen sich die Thesen etwa wie folgt präzisieren:

1. Gentzens Rede von "Definition" logischer Zeichen ist im Sinne von "Bedeutungsfestlegung" interpretierbar. Die Bedeutung einer Aussage zu verstehen heißt, die Bedingungen zu kennen, unter denen man sie berechtigterweise behaupten kann (vgl. z.B. Dummett [2], Prawitz [8]). Nun lassen sich gerade die Prämissen der E-Regel einer logischen Konstante als die Bedingungen verstehen, unter denen man eine mit Hilfe der fraglichen Konstante zusammengesetzte Aussage zu Recht behaupten kann. Dabei ist vorausgesetzt, daß Ableitungen im Kalkül des natürlichen Schließens als Repräsentanten von Argumenten aufgefaßt werden (vgl. Prawitz [6], [8]).

2. Daß B-Regeln "Konsequenzen" von E-Regeln sind, heißt, daß sie relativ zu den E-Regeln "gültig" oder "korrekt" sind, d.h. von gültigen Prämissen zu gültigen Konklusionen führen, wobei diese "Gültigkeit" nur unter Bezugnahme auf E-Regeln definiert ist (vgl. Prawitz [5] 32-34, [6]). Daß B-Regeln sogar "eindeutige Funktionen" von E-Regeln sind, heißt dann, daß sie die maximal mögliche korrekte Erweiterung von E-Regeln darstellen (vgl. [6] 246, [7] 32f.).

Die Rechtfertigung der so verstandenen zweiten These Gentzens ist nicht einfach. Man müßte zeigen, daß jede korrekte B-Regel für eine logische Konstante sich aus der von Gentzen angegebenen B-Regel ableiten läßt. Dieses Problem läßt sich im Rahmen der vorgeschlagenen Semantik auch als Frage nach der semantischen Vollständigkeit von Ableitungsregeln verstehen.

Man kann Gentzens Rede von "eindeutigen Funktionen" aber auch in einem schwächeren Sinne verstehen, nämlich so, daß die zu E-Regeln gehörenden B-Regeln durch ein einheitliches Schema gegeben sind, ohne damit zugleich die Frage nach der Maximalität der durch dieses Schema gegebenen B-Regeln zu verknüpfen. Durch ein solches Schema wäre mit der Angabe der E-Regel eines Operators auch die B-Regel für diesen Operator festgelegt. Die Aufgabe eines solchen Schemas ist also, den - auf den ersten Blick recht verschiedenartig erscheinenden - B-Regeln für die Operatoren $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\bot$, $\forall$, $\exists$ eine Standardform zu geben, als deren Spezialfälle die üblichen B-Regeln gelten können. Dazu wird man natürlich auch eine Standardform für E-Regeln angeben, ohne die es nicht möglich ist, in allgemeiner Weise eine schematische Abhängigkeit der B-Regel eines beliebigen Operators von seiner E-Regel zu formulieren.

Ich möchte mich im folgenden nur mit den Problemen beschäftigen, die sich bei der Erstellung eines solchen allgemeinen Schemas ergeben. Dabei werde ich mich auf die Aussagenlogik beschränken und in erster Linie auch nur die intuitionistische Logik behandeln. Ausgangspunkt ist das Schema von Prawitz [8], das dieser im vorstehenden Beitrag vorgeschlagen und relativ zu dem er die Vollständigkeit der Standardverknüpfungen $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$ bewiesen hat. (Vollständigkeit hier nicht im semantischen Sinn, sondern in Analogie zur funktionalen Vollständigkeit etwa von $\rightarrow$, $\perp$ für die klassische Aussagenlogik.)

II. Prawitz' Schema für Einführungs- und Beseitigungsregeln
Die ausgezeichnete Stellung von Implikationen und Regeln

Von einem Schema für E- und B-Regeln eines beliebigen n-stelligen Aussagenoperators, das die Regeln der Standardoperatoren $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$ umfaßt, wird man zumindest verlangen:

(1) Die B-Regel für einen Operator ist korrekt bezüglich der sich auf die E-Regel stützenden Semantik.

(2) Die üblichen Grundregeln (zumindest der intuitionistischen Logik) für $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$ lassen sich aus diesem Schema gewinnen, genauer

(2a) das Schema für E-Regeln geht bei Einsetzung eines der vier Operatoren in eine Regel über, die mit der üblichen E-Regel dieses Operators deduktiv gleichwertig ist,

(2b) das Schema für B-Regeln geht bei Einsetzung eines der vier Operatoren in eine Regel über, aus der sich die übliche B-Regel dieses Operators ableiten läßt.

Daß (2b) etwas schwächer formuliert ist als (2a), hängt damit zusammen, daß man letztendlich an einer maximal starken korrekten B-Regel interessiert ist, und noch nicht bewiesen ist, daß die üblichen B-Regeln von dieser Art sind (obwohl man natürlich davon ausgeht). (2a) kann man dagegen nicht abschwächen, da E-Regeln ja die Bedeutung festlegen und verschieden starke E-Regeln verschiedene Operatoren charakterisieren. Es ist ferner natürlich nicht gefordert, daß alle überhaupt möglichen Aussagenoperatoren durch dieses Schema erfaßt werden, sondern daß es sich um ein Schema handelt, das die Standardoperatoren umfaßt. Das im folgenden behandelte Schema umfaßt z.B. keine Modaloperatoren.

Unter dem Gesichtspunkt dieser Adäquatheitsbedingungen möchte ich nun Prawitz' Schema behandeln, das dieser oben auf S. 8 (E-Regel) und S. 11 (B-Regel) L38 U41
angibt. Ich setze die Vertrautheit mit diesem Schema im folgenden voraus. Wie Prawitz bemerkt (S. 9), fallen unter das Schema einer E-Regel die E-Regeln für L39 L9
$\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$, wobei $\perp$ als Grenzfall die leere E-Regel besitzt. Bedingung (2a) ist also erfüllt.

Die Idee, die hinter dem Schema der zu einer E-Regel gehörenden B-Regel steht, könnte man wie folgt beschreiben: Jede Information, die in einer Aussage mit φ als Hauptzeichen enthalten ist, soll aus dieser Aussage mit Hilfe einer Anwendung der φ-B-Regel zurückgewonnen werden können, wobei die Information, die φ enthält, durch die Bedingungen, unter denen man φ einführen kann, gegeben ist. D.h. aus der φ-Aussage soll man ohne neu hinzugefügte Annahmen alles das ableiten können, was man aus den Prämissen der φ-Einführung ableiten kann. Für $\vee$ führt das zu der $\vee$-B-Regel

$$\frac{A_1 \vee A_2 \qquad \begin{matrix}[A_1]\\ \vdots \\ C\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[A_2]\\ \vdots \\ C\end{matrix}}{C} \quad ,$$

für $\perp$ zum ex falso quodlibet

$$\frac{\perp}{A}$$

und für $\wedge$ zu der Regel

$$\frac{A_1 \wedge A_2 \qquad \begin{matrix}[A_1] & & [A_2]\\ & \ddots \quad \vdots & \\ & C & \end{matrix}}{C} \quad ,$$

die, wie man leicht sieht, mit der aus den beiden Komponenten

$$\frac{A_1 \wedge A_2}{A_1} \quad \text{und} \quad \frac{A_1 \wedge A_2}{A_2} \quad \text{bestehenden } \wedge\text{-B-Regel}$$

gleichwertig ist. Wenn man einmal die Implikation $\rightarrow$ ausnimmt, ist damit auch Bedingung (2b) erfüllt.

Bei der Hinzunahme von $\rightarrow$ ergeben sich jedoch Probleme. Die $\rightarrow$-E-Regel

$$\frac{\begin{matrix}[A_1]\\ \vdots \\ A_2\end{matrix}}{A_1 \rightarrow A_2}$$

ist eine Regel, bei deren Anwendung nicht einfach von Aussagen zu Aussagen übergegangen wird, sondern außerdem noch eine Annahme beseitigt wird. Man könnte sagen: Die Prämisse von $\rightarrow$-E ist nicht einfach eine Aussage, sondern eine Ableitung einer anderen Aussage. (Prawitz [5], 23, unterscheidet derartige Regeln als "deduction rules" von "inference rules".)

Will man wieder in der zugehörigen B-Regel ausdrücken, daß alles, was aus der Prämisse $\begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_2 \end{matrix}$ der E-Regel ableitbar ist, auch aus $A_1 \to A_2$ gewonnen werden kann,

so müßte man etwa schreiben

$$(*) \qquad \frac{A_1 \to A_2 \qquad \begin{matrix} \left[\begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_2 \end{matrix}\right] \\ \vdots \\ C \end{matrix}}{C} \quad ,$$

wobei $\begin{matrix} A_1 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ A_2 & \vdots \\ & C \end{matrix}$ bedeutet, daß C abgeleitet wird unter Benutzung der Annahme,

daß man eine Ableitung von A_2 aus A_1 hat. Die Einklammerung bedeutet, daß die Konklusion C der Anwendung der $\to$-B-Regel nicht mehr von dieser Annahme abhängig ist.

Das Problem ist also, daß als Annahmen nicht mehr nur eine oder mehrere Aussagen (wie bei der $\vee$-B-Regel oder der sich aus dem Schema ergebenden $\wedge$-B-Regel) auftreten können, sondern auch Ableitungsbeziehungen.

Die Annahme $\begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_2 \end{matrix}$ einfach durch $A_1 \to A_2$ zu ersetzen, ist keine

Möglichkeit, da die Regel $\dfrac{A_1 \to A_2 \qquad \begin{matrix} [A_1 \to A_2] \\ \vdots \\ C \end{matrix}}{C}$ offensichtlich trivial und damit

schwächer als der Modus ponens ist, so daß Bedingung (2b) verletzt wäre. Deshalb muß Prawitz die Implikation, die in seinem Schema für B-Regeln schon als Bestandteil vorkommt, aus den Anwendungsfällen des Schemas ausklammern ([8],S.U, Anm.), U41
so daß sie eine ausgezeichnete Stellung erhält. Hat man einmal die Implikation mit ihren Grundregeln zur Verfügung, dann löst das von Prawitz angegebene Schema für E- und B-Regeln die obigen Adäquatheitsbedingungen ein. (Daß die B-Regel korrekt ist, also Bedingung (1) erfüllt ist, hat Prawitz [8], S.Uf., skizziert.) U41
Um dies an einem Beispiel zu demonstrieren: Die E-Regel für den Shefferschen Strich könnte man, sofern man schon $\perp$ zur Verfügung hat, angeben durch

$$\frac{\begin{matrix} [A_1] & & [A_2] \\ \vdots & & \vdots \\ & \perp & \end{matrix}}{A_1 \mid A_2} \quad .$$

Die zugehörige B-Regel würde nach Prawitz dann lauten:

$$\dfrac{A_1 \mid A_2 \qquad \begin{array}{c}(A_1 \wedge A_2) \to \bot\\ \vdots\\ C\end{array}}{C} \; . \qquad {}^{2)}$$

Es ist jedoch, meine ich, nicht ganz befriedigend, sich mit der ausgezeichneten Stellung der Implikation zufriedenzugeben. Denn die Implikation ist ebenso ein Operator wie etwa die Disjunktion, und wenn Gentzens zweite These richtig ist, muß seine B-Regel genauso von seiner E-Regel abhängen wie die der Disjunktion. Sucht man also ein allgemeines Schema für Operatorenregeln, so müßte dies auch die Implikation umfassen.

Ein Schema für eine allgemeine $\to$-B-Regel ist mit (*) auch schon gefunden. Nur daß hier ein Ausdruck $\begin{array}{c}A_1\\ \vdots\\ A_2\end{array}$ als Annahme auftritt, der sich nicht als Aussage (insbesondere nicht als Implikation) interpretieren läßt. Ich möchte nun vorschlagen, $\begin{array}{c}A_1\\ \vdots\\ A_2\end{array}$ als *Regel* zu interpretieren, im Sinne von "Man darf von A_1 zu A_2 übergehen", und linear als $A_1 \Rightarrow A_2$ zu notieren. Statt

$$\begin{array}{c}A_1 \quad \vdots\\ \vdots \quad \vdots\\ A_2 \quad \vdots\\ C\end{array} \quad \text{wird also dann} \quad \begin{array}{c}\vdots\\ A_1 \Rightarrow A_2 \;\vdots\\ \vdots\\ C\end{array} \quad \text{geschrieben, und das soll bedeuten:}$$

Es liegt eine Ableitung von C vor, die $A_1 \Rightarrow A_2$ als zusätzliche Regel benutzt. Diese Interpetation ist offensichtlich gleichwertig mit der oben gegebenen Interpretation des linken Ausdrucks. Denn anzunehmen, man habe eine Ableitung von A_2 aus A_1, heißt natürlich auch anzunehmen, man dürfe von A_1 zu A_2 übergehen. Hat man umgekehrt die Regel $A_1 \Rightarrow A_2$ als Annahme zur Verfügung, erhält man trivialerweise eine Ableitung von A_2 aus A_1.

Die Annahme, es liege eine Ableitung von A_2 aus A_1 vor, wird hier also nicht als die Annahme einer Implikationsbeziehung $A_1 \to A_2$ (für einen vorausgesetzten Implikationsbegriff $\to$), sondern als Annahme einer Regel $A_1 \Rightarrow A_2$ gedeutet. Die

---

2 Daß hier neben der vorausgesetzten Implikation auch noch die Konjunktion vorkommt, macht kein Problem, da die oben angegebene allgemeine $\wedge$-B-Regel ohne $\wedge$ und $\to$ in den Annahmen der rechten Prämisse auskommt.

$\rightarrow$-B-Regel erhält damit im Anschluß an (*) die Gestalt

(**)
$$\dfrac{A_1 \rightarrow A_2 \qquad \begin{array}{c}[A_1 \Rightarrow A_2] \\ \vdots \\ C\end{array}}{C} \quad ,$$

woraus sich der Modus ponens als übliche $\rightarrow$-B-Regel wie folgt ergibt:

$$\dfrac{A_1 \rightarrow A_2 \qquad [A_1 \Rightarrow A_2]\ \dfrac{A_1}{A_2}}{A_2} \quad .$$

Läßt sich also ein allgemeines Schema für B-Regeln angeben, das in den Fällen $\wedge, \vee$, $\perp$ mit Prawitz' Schema übereinstimmt und im Fall $\rightarrow$ die Regel (**) liefert, so ist Bedingung (2b) erfüllt.

Man könnte nun sofort einwenden, es sei kein wesentlicher Unterschied, ob man von der ausgezeichneten Stellung der Implikation ausgehe oder erlaube, Regeln als Annahmen zu benutzen. Denn eine Regel $A_1 \Rightarrow A_2$ rechtfertige man auf dieselbe Weise, wie man eine Implikation $A_1 \rightarrow A_2$ begründe: indem man nämlich eine Ableitung von A_2 aus A_1 angebe. Ob man $\Rightarrow$ oder $\rightarrow$ schreibe: In beiden Fällen handle es sich um logische Konstanten mit denselben oder zumindest verwandten E-Regeln.

Es ist natürlich klar, daß die Wahl eines neuen Zeichens nichts an der Bedeutung ändert, wenn man es genauso verwendet wie ein altes Zeichen. Es muß also die Verwendung von $\Rightarrow$ zeigen, daß es sich hierbei um etwas grundsätzlich anderes als die Implikation handelt, das nicht durch E- und B-Regeln eine Bedeutung erhält und das deshalb in die Formulierung eines Schemas für solche Regeln eingehen kann. Insbesondere kann es also für $\Rightarrow$ keine E-Regel geben, die ja nach Gentzen die primäre Bedeutungsregel ist.

Wie sich dies bewerkstelligen läßt, wird in Abschnitt III skizziert. Mit $\Rightarrow$ zusammengesetzte Zeichenreihen sollen in der Tat Objekte sein, die höchstens als Prämissen (in einem erweiterten Sinn von "Prämisse"), nie jedoch als Konklusion auftreten können. Diese Tatsache scheint mir die Bezeichnung "Regel" für solche Objekte zu rechtfertigen. Man *behauptet* keine Regeln, man *benutzt* sie nur. Insofern sind auch keine Bedingungen für das Behaupten von Regeln und damit E-Regeln nötig, die solche Bedingungen festlegen. Regeln fungieren höchstens als Annahmen und damit als Ausgangspunkte von Ableitungen. Die Bedeutung von Regeln ist schon dadurch festgelegt, daß man abgibt, wie man sie anwendet, im einfachsten Fall also etwa durch ein Schema der Gestalt

$$A_1 \Rightarrow A_2 \quad \dfrac{A_1}{A_2} \quad .$$

Es soll niemand daran gehindert werden, $\Rightarrow$-Objekte als Implikationen zu bezeichnen; nur muß er sich dann über den Unterschied zu $\rightarrow$-Implikationen im klaren sein.

Daß man sinnvoll von der Rechtfertigung einer Regel sprechen kann und daß zur Rechtfertigung einer Regel $A_1 \Rightarrow A_2$ dasselbe verlangt wird wie zur Begründung einer Aussage $A_1 \rightarrow A_2$ (nämlich eine Ableitung von A_2 aus A_1), widerspricht dem nicht. Die Rechtfertigung einer Regel ist etwas, was man "von außen" oder "von höherer Stufe" konstatiert, nicht etwas, was man, wie die Begründung einer Implikation, im Argumentationszusammenhang selbst (repräsentiert durch eine Ableitung) explizit vollzieht. Jedenfalls läßt sich das so sehen, wenn man Regeln nicht als Konklusionen von Regelanwendungen zuläßt. Auf das grundsätzliche Problem, Regeln (wenn auch in anderer Weise als Aussagen) zum Bestandteil von Argumenten zu machen, komme ich in Abschnitt IV noch zurück.

III. Regeln beliebiger Stufe[3]

Die Idee, Regeln als Annahmen zuzulassen, um für beliebige Operatoren ein Schema für B-Regeln zu gewinnen, führt zu weiteren Verallgemeinerungen. Wenn man nämlich bei einer B-Regel wie (**) Regeln als Annahmen zuläßt, gibt es keinen Grund, dies bei E-Regeln zu verbieten. Man müßte also auch etwa folgende E-Regel für einen zweistelligen Operator ψ als sinnvoll ansehen:

$$\frac{\begin{matrix}[A_1 \Rightarrow A_2] & \vdots \\ & A_1\end{matrix}}{\psi(A_1,A_2)} \quad .$$

Die korrespondierende ψ-B-Regel müßte als Annahme eine Regel höherer Stufe verwenden und etwa notiert werden als:

$$\frac{\psi(A_1,A_2) \qquad \begin{matrix}[A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} A_1] & \vdots \\ & C\end{matrix}}{C} \quad .$$

Hier bedeutet $\begin{matrix}A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} A_1 \\ \vdots \\ C\end{matrix}$, daß man C unter Benutzung der Regel 2.Stufe $A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} A_1$ ableiten kann, wobei die Regel $A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} A_1$ zu lesen ist als: Man darf zu A_1 übergehen, wenn A_2 aus A_1 abgeleitet ist.

Auf diese Weise wird man zu einem Konzept von Regeln beliebiger (endlicher) Stufe geführt, die als Annahmen in Ableitungen auftreten können und auf die sich die Operation der Annahmenbeseitigung beziehen kann. Dies kann man als Verallgemeinerung des von Jaśkowski [4] und Gentzen [3] benutzten Regelbegriffs ansehen, der ja den üblichen Regelbegriff schon insofern erweitert, als auch Annahmen bei

---

3 Für eine genauere Darstellung der in diesem Abschnitt nur äußerst grob skizzierten Punkte siehe Schroeder-Heister [9] und [1o].

Anwendung von Regeln beseitigt werden können.

Ein Aspekt der Verallgemeinerung wird sein, überhaupt keine *Aussagen* als Annahmen mehr zuzulassen, sondern solche Aussagen als Anwendung von Regeln aufzufassen, die es erlauben, gerade die fraglichen Aussagen hinzuschreiben, und die sogar die gleiche Gestalt wie diese Aussagen haben. Statt

$$\begin{array}{c} A_1 \\ \vdots \\ A_2 \end{array} \quad \text{soll also} \quad A_1 \begin{array}{c} \overline{} \\ A_1 \\ \vdots \\ A_2 \end{array} \quad \text{geschrieben werden, wobei} \quad A_1 \frac{}{A_1}$$

bedeutet, daß die unter dem Ableitungsstrich stehende Aussage unter Verwendung der links vom Ableitungsstrich stehenden Regel abgeleitet worden ist. Damit werden alle in einer Ableitung vorkommenden Aussagen relativ zu angenommenen Regeln behauptet, auf die sich dann auch die Operation der Annahmenbeseitigung bezieht.

Als Regeln bestimmter Stufen seien also definiert:
1. Alle Aussagen (die mit beliebigstelligen Operatoren zusammengesetzt sein können) sind Regeln nullter Stufe.
2. Sind $R_1, \ldots, R_n$ Regeln $\leq$ m-ter Stufe, wobei für mindestens ein i $(1 \leq i \leq n)$ R_i von m-ter Stufe, und A Aussage, dann ist $R_1 \overset{m}{,} \ldots \overset{m}{,} R_n \overset{m}{\Rightarrow} A$ eine Regel (m+1)-ter Stufe (wobei die Ziffer 'm' auch durch m Punkte ersetzt sein kann). A heißt Hinterformel, die R_i $(1 \leq i \leq n)$ heißen Vorderregeln der Regel (m+1)-ter Stufe.

Außerdem sollen Grundregeln für Operatoren noch Variablen für Aussagen enthalten können - eine Differenzierung, die hier nicht weiter ausgeführt wird.[4)]

Die intendierte Bedeutung einer solchen Regel $R_1 \overset{m}{,} \ldots \overset{m}{,} R_n \overset{m}{\Rightarrow} A$ ist: Man darf von Vorkommen der Hinterformeln von $R_1, \ldots, R_n$ zu A übergehen und für jedes i die eventuell in der Ableitung der Hinterformel von R_i als Annahmen benutzten Vorkommen der Vorderregeln von R_i beseitigen.

Damit ist zugleich eine eindimensionale Notation für Regeln gewonnen. Die →-E-Regel nimmt z.B. die Gestalt $A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} A_1 \to A_2$ an, die allgemeine →-B-Regel (**) aus Abschnitt II die Gestalt $A_1 \to A_2 \dot{,} A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} C \ddot{\Rightarrow} C$ (die intendierte Bedeutung dieser Regel ist offensichtlich mit der in Abschnitt II gegebenen Erläuterung von (**) gleichwertig).

Gegen die vorgeschlagene Notation von Regeln höherer Stufe könnte man einwenden, daß der Regelpfeil ⇒ nicht überall dasselbe bedeute, jedenfalls bei Zugrundelegung der angegebenen intendierten Bedeutung. In $A_1 \Rightarrow A_2 \dot{\Rightarrow} C$ bedeute er links soviel wie ein Ableitbarkeitssymbol und nur rechts einen Regelübergang, so daß man besser schreibe: $(A_1 \vdash A_2) \Rightarrow C$. Da die zu wählende Notation eine Frage der technischen Zweckmäßigkeit ist, stellt dies kein grundsätzliches Problem dar. Allerdings

---

4 Solche Variablen sind dann keine *syntaktischen* Variablen (die man ja als Variable der Metasprache versteht), sondern gehören der Objektsprache selbst an, insofern nach der vorgeschlagenen Konzeption Regeln explizit in Ableitungen auftretende Zeichenreihen sind (vgl. Abschnitt IV). Sie sind jedoch auch zu unterscheiden von dem, was man in der Aussagenlogik mit "Aussagenvariable" bezeichnet. Letztere sind Bestandteile von Zeichenreihen, die als Prämissen und Konklusionen von Regelanwendungen auftreten können, und somit von "Aussagen" im Sinne einer allgemeinen Theorie formaler Systeme.

ist gegen die Alternativnotation zu sagen, daß man üblicherweise $\vdash$ als metasprachliches Zeichen auffaßt, Regeln jedoch Bestandteile von Ableitungen sein und somit zur Objektsprache gehören sollen. (Zudem scheint die Notation mit $\Rightarrow$ als einheitlichem Zeichen für die Beschreibung der Kalkültechnik wesentlich eleganter zu sein.)

Eine genaue Beschreibung des Ableitungsbegriffs für Kalküle mit Regeln höherer Stufe kann hier nicht geleistet werden, obwohl gerade die Definition eines solchen Ableitungsbegriffes die intendierte Bedeutung einer Regel festlegt. Im folgenden soll nur das Schema für einen Ableitungsschritt in einem solchen Kalkül angegeben werden, aus dem klar hervorgeht, daß die als "Regeln" bezeichneten und mit $\Rightarrow$ zusammengesetzten Objekte nie als Konklusionen von Regelanwendungen auftreten können, also nie behauptet, sondern immer nur angewendet werden.

Ableitungen seien wie bei Gentzen in Bauform notiert, wobei immer links neben dem Ableitungsstrich, der die Anwendung einer Regel markiert, die benutzte Regel vermerkt werde. Eckige Klammern machen die Beseitigung von Annahmen kenntlich (die hier ja selbst wieder aus Regeln bestehen). Es sei nun eine Regel

$$\Delta_1 \Rightarrow A_1; \ldots; \Delta_n \Rightarrow A_n \dot{\Rightarrow} A$$

gegeben[5], wobei die Δ_i $(1 \leq i \leq n)$ Systeme von Regeln seien, die die Vorderregeln der Vorderregeln $\Delta_i \Rightarrow A_i$ der gesamten Regel bilden. Das Schema eines Ableitungsschrittes, der diese Regel anwendet, lautet dann:

$$(***) \qquad \Delta_1 \Rightarrow A_1; \ldots; \Delta_n \Rightarrow A_n \dot{\Rightarrow} A \quad \dfrac{\begin{array}{ccc} [\Delta_1]\vdots & \ldots & [\Delta_n]\vdots \\ A_1 & & A_n \end{array}}{A} \qquad [6]$$,

wobei $\begin{array}{c}\Delta_i\vdots\\ A_1\end{array}$ für eine Ableitung von A_i mit den Annahmen Δ_i steht, die bei Anwendung dieser Regel beseitigt werden. Bei Anwendung der Regel geht man also von den Prämissen $A_1, \ldots, A_n$ zur Konklusion A über und darf dabei die in den Ableitungen der A_i $(1 \leq i \leq n)$ jeweils als Annahmen benutzten Vorkommen von Vorderregeln von $\Delta_i \Rightarrow A_i$ beseitigen, ganz entsprechend der oben beschriebenen intendierten Bedeutung der Regel. Als Prämissen und Konklusionen von Regelanwendungen treten also nur Aussagen auf. Man kann auch noch die links neben dem Ableitungsstrich von (***) notierte Regel als (uneigentliche) Prämisse des Ableitungsschrittes auffassen, nie steht eine Regel jedoch als Konklusion unter einem Ableitungsstrich.

Unter Benutzung des hier vorgeschlagenen Regelbegriffs nimmt Prawitz' Schema

---

[5] Dabei sei vereinbart, daß bei unbestimmter Anführung einer Regel nur die relativen Stufenunterschiede mit Punkten vermerkt werden.

[6] Auf die Unterscheidung von Regeln, die Variable enthalten können, und variablenfreien Regeln, und damit auf die Notation von Belegungen, wird hier verzichtet. Unter diesem Vorbehalt ist also das Schema (***) zu betrachten.

für E-Regeln die Gestalt

$$\Delta_i(p_1,\ldots,p_n) \Rightarrow \varphi(p_1,\ldots,p_n)$$

an, wobei $p_1,\ldots,p_n$ Variable für Aussagen und $\Delta_i(p_1,\ldots,p_n)$ $(1 \leq i \leq r)$ Systeme von Regeln sind, die an Variablen für Aussagen höchstens $p_1,\ldots,p_n$ enthalten und an Aussagenoperatoren nur solche, für die schon E- und B-Regeln angegeben sind. (Zur genaueren Charakterisierung der verschiedenen Bedingungen für solche Schlußregeln siehe Prawitz [8],S.~~9-10~~.) Enthalten die $\Delta_i(p_1,\ldots,p_n)$ höchstens Regeln erster Stufe, ist es mit Prawitz' Schema gleichwertig; damit ergibt sich für die Junktoren $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$ nichts neues, so daß Bedingung (2a) erfüllt ist. ⊢| 38-

Das korrespondierende Schema einer B-Regel lautet:

$$\varphi(p_1,\ldots,p_n);\ \Delta_1(p_1,\ldots,p_n) \Rightarrow p;\ldots;\ \Delta_r(p_1,\ldots,p_n) \Rightarrow p \Rightarrow p.$$

Es führt im Falle der Implikation zu (**) und im Falle von $\wedge$, $\vee$, $\perp$ zu denselben Regeln wie bei Prawitz, so daß Bedingung (2b) erfüllt ist. Im Gegensatz zu Prawitz' Schema kommen hier keine Operatoren mehr vor; der Regelpfeil $\Rightarrow$ übernimmt die ausgezeichnete Rolle, die bei Prawitz die Implikation $\rightarrow$ innehatte.

Bedingung (1) gilt auch, denn es lassen sich für den vorliegenden Kalkül (mit Regeln beliebiger Stufe) Normalisierungs- und Subformelprinzipien im Sinne von Prawitz [5] beweisen. Ebenso kann man Prawitz' Vollständigkeitsresultat aus [8] auf diesen Kalkül übertragen, d.h. jeder durch das allgemeine Schema charakterisierte Aussagenoperator ist mit Hilfe von $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\perp$ explizit definierbar (vgl. Schroeder-Heister [1o]).

IV. Regeln als Bestandteile von Argumenten

Regeln sind nach dem hier vorgeschlagenen Verständnis graphische Objekte, die (wenn sie nicht gerade von nullter Stufe sind) mit Hilfe des Symbols $\Rightarrow$ zusammengesetzt sind. Ihre Bedeutung erhalten diese Zeichenreihen dadurch, daß man angibt, wie man sie in Ableitungen anwendet, also etwa durch das Schema (***), im Gegensatz zu aussagenlogischen Operatoren, für die E- und B-Regeln angegeben werden müssen. Auffallend daran ist, daß Regeln damit zum Bestandteil von Argumenten (als deren Repräsentanten Ableitungen aufgefaßt sind) werden, die bei ihrer Anwendung neben dem jeweiligen Ableitungsstrich notiert werden. Daran kommt man nicht vorbei, will man Regeln als Annahmen zulassen, die eingeführt und wieder beseitigt werden können; und das wiederum erwies sich als notwendig, um ein Schema für B-Regeln mit (**) als allgemeiner $\rightarrow$-B-Regel formulieren zu können.

Dieses Vorgehen scheint im Gegensatz zur üblichen Auffassung von Regeln zu stehen. Wenn man z.B. den Ableitungsschritt

$$\dfrac{\begin{matrix}\vdots \\ A_1\end{matrix} \qquad \begin{matrix}\vdots \\ A_2\end{matrix}}{A_1 \wedge A_2}$$

vollzieht, so interpretiert man ihn normalerweise als Anwendung der $\wedge$-E-Regel, ohne daß die Regel der $\wedge$-Einführung dabei explizit auftritt. In einer Notation

$$\wedge\text{-E}\ \frac{\begin{matrix}\vdots & \vdots \\ A_1 & A_2\end{matrix}}{A_1 \wedge A_2}$$

würde man dementsprechend das Zeichen "∧-E" auch nur als *metasprachliche* Mitteilung darüber verstehen, welche Regel man angewendet hat. Nach dem in Abschnitt III skizzierten Verständnis müßte man dies hingegen als Abkürzung auffassen für

$$p_1, p_2 \Rightarrow p_1 \wedge p_2 \quad \frac{\begin{matrix}\vdots & \vdots \\ A_1 & A_2\end{matrix}}{A_1 \wedge A_2} \quad ^{7)} \quad ,$$

wobei $p_1, p_2 \Rightarrow p_1 \wedge p_2$ Bestandteil des Argumentes selbst ist, also zur *Objektsprache* gehört.[8] Während nach der üblichen Auffassung das Schema einer ∧-E-Regel auf Prämissen A_1 und A_2 angewandt wird, wird nach der von mir vorgeschlagenen Interpretation das allgemeine Schema einer Regelanwendung (***) auf die ∧-E-Regel *sowie* die Prämissen A_1 und A_2 angewandt. Es wird also zurückgegangen von der Anwendung von Regelschemata auf Prämissen zur Anwendung eines allgemeinen Schemas für Regelanwendungen überhaupt auf Regeln und Prämissen (oder auf eine zusätzliche Prämisse, wenn man die Regel als Prämisse auffaßt). Und man kann sich jetzt natürlich fragen, ob dies nicht der Anfang eines unendlichen Regresses ist, bei dem man im nächsten Schritt auf ein Schema der Anwendung der Regel zur Anwendung einer Regel zurückgeht, usw.. Anders ausgedrückt: Regeln dienen dazu, gewissen Zeichen eine Bedeutung zu verschaffen. Faßt man nun Regeln wieder als in Argumenten vorkommende bedeutungsvolle Zeichen auf (wenn auch in einem anderen Sinne als es aussagenlogische Verknüpfungen sind), dann benötigt man Metaregeln, die diesen Regeln eine Bedeutung verschaffen (etwa ein Schema der Gestalt (***)), Metametaregeln, die Metaregeln eine Bedeutung verschaffen, und so ad infinitum.

Hier sollte man zunächst einmal die sachliche von der terminologischen Frage trennen. Die sachliche Frage lautet: An welcher Stelle muß dieser Regreß abgebrochen werden? Die terminologische Frage: Sollte man die mit ⇒ zusammengesetzten Zeichenreihen, sofern sie Bestandteile von Argumenten sind, überhaupt noch als "Regeln" bezeichnen? Die letzte Frage möchte ich bejahen, jedoch im Anschluß an einen Vorschlag von Prawitz von *genuinen* und *nichtgenuinen Regeln* sprechen. Genuine Regeln sind danach solche Regeln, die grundsätzlich nicht Teil eines Argumentes

---

7 Hier ist zwischen Variablen für Aussagen und Aussagen, durch die sie belegt werden, unterschieden, im Gegensatz zu (***); vgl. Anm. 6.

8 Für den vorgeschlagenen Ansatz würde es, was das Technische angeht, auch ausreichen, nur die als Annahmen auftretenden Regeln als Bestandteile von Ableitungen aufzufassen, nicht aber die Grundregeln des betrachteten Kalküls. (Da Annahmeregeln keine Variablen für Aussagen enthalten, kann man die Variablen $p_1, p_2, \ldots$ in Grundregeln dann wieder als syntaktische Variablen auffassen, wenn man die Grundregeln in geeigneter Weise als Abkürzungen für Schemata von Ableitungsschritten oder als Anweisungen zur Produktion von Ableitungsschritten versteht; vgl. Anm. 4 . Das ändert aber nichts am hier diskutierten inhaltlichen Problem.

sind, sondern den Übergang zwischen Bestandteilen von Argumenten regeln, im Gegensatz zu den ⇒-Zeichenreihen als nichtgenuinen Regeln, die in Argumenten vorkommen. Man könnte für letztere natürlich auch andere Namen einführen, z.B. "linksiterierte Implikation". Hier immer noch von Regeln zu sprechen, scheint mir jedoch dadurch gerechtfertigt zu sein, daß ⇒-Zeichenreihen charakteristische Eigenschaften haben, die sie von Aussagen unterscheiden und die eng mit dem zusammenhängen, was man intuitiv unter "Regel" versteht (siehe oben Abschnitt II). Die sachliche Frage ist in der vorgeschlagenen Konzeption so beantwortet, daß es a) zwar sinnvoll ist, ⇒-Zeichenreihen als nichtgenuine Regeln und damit objektsprachliche Mitteilungen zuzulassen, b) das Schema (***) aber eine genuine Regel repräsentiert, die die Anwendung nichtgenuiner Regeln festlegt, also keiner Metaregel zur Festlegung ihrer Anwendung mehr bedarf. Der Regreß wird somit beim zweiten Schritt schon abgebrochen. Zur Rechtfertigung dieses Vorgehens sei folgendes gesagt:

Ad a): Faßt man Ableiten bloß formalistisch als Operieren mit Zeichen auf, so kann man mit guten Gründen die These vertreten, der Hinweis auf die bei einem Schritt verwendete Regel gehöre zur Metasprache. Auf die Frage nach der Berechtigung eines Schritts

$$\dfrac{\begin{matrix}\vdots & \quad & \vdots \\ A_1 & & A_2\end{matrix}}{A_1 \wedge A_2}$$

würde man metasprachlich argumentieren, man habe die ∧-E-Regel (jetzt als genuine Regel verstanden, gegeben durch ein Schema) angewendet. Faßt man Ableitungen jedoch im Anschluß an Prawitz als Repräsentanten von Argumenten auf, so kann man sich nicht einfach in die Metasprache zurückziehen, sondern muß *im Rahmen des Arguments* einen Grund dafür angeben können, warum der vollzogene Schritt berechtigt ist. Das geschieht durch Angabe der verwendeten (nichtgenuinen) Regel.

Ad b): Es ist nicht so, daß man dann auch im Rahmen des Arguments einen Grund dafür angeben können muß, daß man etwa von A_1, A_2 und der ∧-E-Regel zu $A_1 \wedge A_2$ übergehen kann (womit man wieder beim unendlichen Regreß wäre). Denn um diesen Übergang zu vollziehen, braucht man nur die allgemeine Fähigkeit, eine Regel gemäß Schema (***) anzuwenden. Und das ist etwas, was man schon haben muß, bevor man in eine beliebige durch Ableitungen dieser Art repräsentierte Argumentation eintritt, was also nicht im Rahmen des Arguments selbst gerechtfertigt werden muß. Das Schema (***) ist etwas, was sich auf *Argumentation überhaupt* bezieht (insofern es die Anwendung von Regeln festlegt) und was man deshalb als (sozusagen "äußere") Grundlage *jeder* Argumentation ansehen kann. Dagegen würden sich Schemata spezieller Regeln (z.B. ∧-E, →-B usw.) nur auf *bestimmte* Argumentationen beziehen, deren Basis diese Regeln sind. Es ist sinnvoll, solche 'materialen' Regeln so aufzufassen, daß sie nicht schon bei Eintritt in die Argumentation beherrscht und bei jeder Anwendung wiedererkannt werden müssen, sondern daß auf sie in der Argumentation explizit zurückgegriffen werden kann.

Ein Schema der Art (***) legt also als genuine Regel die Anwendung der ⇒-Zeichenreihen als nichtgenuiner Regeln und damit deren Bedeutung fest. Mit Hilfe dieser ⇒-Regeln wiederum ist das Schema zur Bedeutungsfestlegung beliebiger Aussagenoperatoren formuliert.

V. *Eine Alternative zu Gentzens Programm?*

Die Suche nach einem allgemeinen Schema für E- und B-Regeln und die Erweiterung des Regel- und Ableitungsbegriffes wurde in Abschnitt I im Anschluß an Prawitz in den Kontext von Gentzens Programm gestellt, B-Regeln als "Konsequenzen" von E-Regeln, den eigentlichen Bedeutungsregeln, zu erweisen. In seiner stärkeren Version fordert das Programm, B-Regeln als maximale korrekte Erweiterung von E-Regeln nachzuweisen. Obwohl die Erfülltheit dieser Forderung intuitiv äußerst einleuchtend ist (vor allem auch bei Betrachtung des allgemeinen Schemas für Grundregeln beliebiger Operatoren), ist nicht klar, wie man sie beweisen soll, worauf Prawitz, der die Behauptung in [6](246) als 'conjecture' aufstellte, mehrfach hingewiesen hat. Das Problem ergibt sich daraus, daß nach Gentzens erster These die E-Regel eines Operators die primäre Bedeutungsregel ist und die B-Regel nur eine Erweiterung, von der man dann die schwer zu beweisende Maximalität fordern muß. Es könnte nun sein, daß man diesen ganzen Fragen dadurch aus dem Weg gehen kann, daß man Gentzens erste These aufgibt und E- und B-Regeln als gleichursprüngliche Bedeutungsregeln betrachtet. Dazu möchte ich zum Abschluß noch einen Vorschlag skizzieren (wieder für die Aussagenlogik; Details siehe Schroeder-Heister [9]).

Es seien r Systeme $\Delta_i(p_1,\dots,p_n)$ von Regeln ($1 \leqq i \leqq r$) (wie in Abschnitt III) gegeben. Unter dem *gemeinsamen Gehalt* dieser r Systeme, bezogen auf eine Belegung der syntaktischen Variablen $p_1,\dots,p_n$ durch Aussagen $A_1,\dots,A_n$, seien die Paare $\langle\Gamma,A\rangle$ mit einem Annahmensystem Γ und einer Aussage A verstanden, so daß für alle i ($1 \leqq i \leqq r$) gilt: $\Delta_i(A_1,\dots,A_n),\Gamma \vdash A$. Diese Definition schließt sich an Ideen an, den *logischen Gehalt* einer Aussage durch die Konsequenzenmenge dieser Aussage zu definieren (vgl. Carnap [1], 152). Ein n-stelliger Aussagenoperator soll nun gerade die Funktion haben, den gemeinsamen Gehalt solcher Mengen von Regelsystemen auszudrücken, d.h. es soll für beliebige Aussagen $A_1,\dots,A_n,A$ und Annahmensysteme Γ gelten: $\Delta_i(A,\dots,A_n),\Gamma \vdash A$ für alle i ($1 \leqq i \leqq r$) genau dann, wenn $\varphi(A_1,\dots,A_n),\Gamma \vdash A$. Es läßt sich leicht zeigen, daß diese Bedingung erfüllt ist, wenn E- und B-Regeln nach dem allgemeinen Schema aus Abschnitt III zur Verfügung stehen, und umgekehrt, daß diese Regeln ableitbar sind, wenn die Bedingung erfüllt ist.

Der Begriff des gemeinsamen Gehaltes rückt die Bedeutungsfestlegung eines Operators in die Nähe einer Explizitdefinition. Denn diese hat ja, versteht man sie nicht nur syntaktisch, die Funktion, einem 'neuen' Zeichen den Inhalt zu verschaffen, den eine 'alte' Zeichenreihe schon hat. Der Unterschied liegt nur in der Erweiterung des Gehalts zum *gemeinsamen* Gehalt, was für die Einbeziehung von Disjunktion (hier ist r = 2) und falsum (hier ist r = 0) wesentlich ist. Es ist dabei keine Verwischung der Unterscheidung zwischen Regeln und Aussagen, wenn man nun sagen kann, daß $A_1 \rightarrow A_2$ denselben Gehalt hat wie (sogar definiert ist durch) $A_1 \Rightarrow A_2$. Denn erstens ist $A_1 \rightarrow A_2$ als Regel nullter Stelle aufgefaßt, wenn man vom Gehalt von $A_1 \rightarrow A_2$ (also von $A_1 \rightarrow A_2$ als Annahme) spricht, zweitens bleibt es dabei, daß nur $A_1 \rightarrow A_2$, nicht jedoch $A_1 \Rightarrow A_2$, Konklusion einer Regelanwendung sein kann.

Nach diesem Vorschlag sind weder E- noch B-Regeln primär für die Bedeutungsfestlegung eines Operators. Vielmehr tragen beide dazu bei, ihm einen Gehalt zu verschaffen, der identisch ist mit dem gemeinsamen Gehalt vorgegebener Regelsysteme.

Literatur

[1] CARNAP, R., *Introduction to Semantics*, Cambridge (Mass.) 1942.

[2] DUMMETT, M. (with the assistance of R. Minio), *Elements of Intuitionism*, Oxford 1977.

[3] GENTZEN, G., "Untersuchungen über das logische Schließen", in: *Mathematische Zeitschrift* 39 (1935) 176-210 und 405-431.

[4] JAŚKOWSKI, S., "On the rules of suppositions in formal logic", in: *Studia Logica* 1 (1934) 5-32. Nachruck in: *Polish Logic 1920-1939* (ed. S. McCall), Oxford 1967, 232-258.

[5] PRAWITZ, D., *Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study*, Stockholm 1965.

[6] PRAWITZ, D., "Toward a foundation of a general proof theory", in: *Logic, Methodology and Philosophy of Science IV* (eds. P. Suppes et al.), Amsterdam etc. 1973, 225-250.

[7] PRAWITZ, D., "Meaning and proofs: on the conflict between classical and intuitionistic logic", in: *Theoria* 43 (1977) 2-40.

[8] PRAWITZ, D., "Proofs and the meaning and completeness of the logical constants", in: *Essays on Mathematical and Philosophical Logic* (eds. J.Hintikka et al.), Dordrecht 1979, 25-40. Leicht veränderte deutsche Übersetzung im vorliegenden Heft dieser Zeitschrift. (Zitiert immer nach der Übersetzung.)

[9] SCHROEDER-HEISTER, P., *Untersuchungen zur regellogischen Deutung von Aussagenverknüpfungen*, Dissertation, Bonn 1981.

[10] SCHROEDER-HEISTER, P., "Sentential calculi with rules of arbitrary levels: normalization and the completeness of the intuitionistic sentential operators", im Erscheinen.