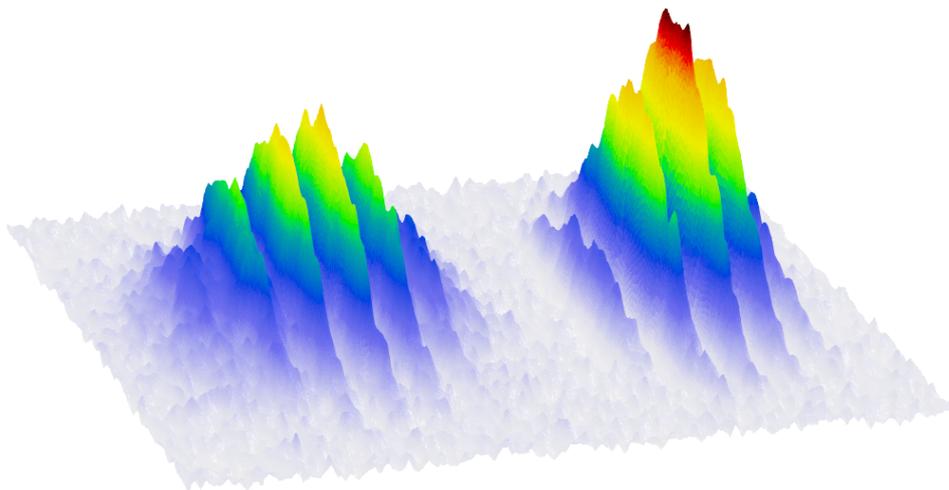


---

# Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen

---

- Dissertation -



zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von:  
Benjamin Deh  
aus Kirchheim unter Teck  
2008

Tag der mündlichen Prüfung : 27. Oktober 2008  
Dekan : Prof. Dr. Wolfgang Knapp  
1.Berichterstatter : Prof. Dr. Claus Zimmermann  
2.Berichterstatter : Prof. Dr. József Fortágh

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Braggbeugung und Ramsey-Interferometrie</b>	<b>5</b>
2.1	Einführung in die Braggbeugung . . . . .	5
2.1.1	Braggbeugung im Wellen- und Teilchenbild . . . . .	6
2.2	Quantenmechanische Beschreibung der Braggbeugung . . . . .	8
2.2.1	Braggbeugung (quasi-) freier Teilchen . . . . .	9
2.3	Ramsey-Interferometrie . . . . .	11
2.3.1	Pulsfläche . . . . .	12
2.4	Impulsecho . . . . .	13
2.4.1	Verbreiterungsmechanismen . . . . .	14
2.5	Kapitza-Dirac Beugung . . . . .	15
2.5.1	Dispersionsrelation freier Teilchen . . . . .	16
2.5.2	Übergang zum Kapitza-Dirac Regime . . . . .	18
2.6	Falleneffekte und Wechselwirkung . . . . .	18
2.6.1	Braggbeugung mit wechselwirkenden Atomen . . . . .	19
2.6.2	Freie Bewegung nach Braggbeugung . . . . .	19
2.6.3	Impulsecho mit Falleneffekten . . . . .	21
2.7	Superradianz . . . . .	22
2.7.1	Theoretische Beschreibung der Superradianz . . . . .	22
2.7.2	Verlustfaktor . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Braggbeugung mit ultrakaltem Lithium</b>	<b>29</b>
3.1	Ablauf eines Braggexperiments . . . . .	29
3.1.1	Magnetooptisches Fangen und Kühlen . . . . .	29
3.1.2	Magnetisches Fangen und Kühlen . . . . .	31
3.1.3	Braggbeugung . . . . .	33
3.1.4	Flugzeit und Abbildung . . . . .	34
3.2	Umbau der Lithium MOT . . . . .	37
3.3	Änderungen beim evaporativen Kühlen . . . . .	39
3.4	Neuer Abbildungsaufbau . . . . .	41
3.5	Erhöhung der Abbildungsleistung . . . . .	42
3.6	Optischer Zugang der Braggelaser . . . . .	44

3.7	Verwendete Bragglaser . . . . .	44
3.8	Stabilisierung der Braggfrequenz . . . . .	46
3.8.1	Frequenzstabilisierung mit Schwebungslock und AOM . . . . .	46
3.8.2	Stabilisierung der Radiofrequenz . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Braggexperimente mit Bosonen und Fermionen</b>	<b>49</b>
4.1	Braggbeugung von Rubidium . . . . .	50
4.1.1	Rabioszillationen . . . . .	51
4.1.2	Braggspektroskopie . . . . .	52
4.1.3	Interferometrie . . . . .	54
4.1.4	Superradianz . . . . .	55
4.2	Braggbeugung von Lithium . . . . .	57
4.3	Rabioszillationen . . . . .	58
4.3.1	Rabioszillationen der Gesamtatomzahl . . . . .	60
4.4	Beugung im Kapitza-Dirac Regime . . . . .	60
4.5	Braggspektroskopie . . . . .	62
4.6	Impulsrephasierung . . . . .	65
4.6.1	Fallenanharmonizität . . . . .	66
4.6.2	Schwingungsdämpfung . . . . .	68
4.7	Ramsey-Interferometrie . . . . .	71
4.7.1	Auswertung des Experiments . . . . .	72
4.7.2	Limitierte Beobachtungszeit . . . . .	74
4.7.3	Ramseyexperiment mit variabler Pulsdauer . . . . .	75
4.8	Impulsecho-Interferometrie . . . . .	77
4.8.1	Anschauliche Beschreibung . . . . .	77
4.8.2	Experimentelle Befunde . . . . .	79
4.8.3	Falleneinfluss . . . . .	80
4.8.4	Einfluss auf die Gesamtatomzahl . . . . .	81
4.9	Braggbeugung an einer optischen Stehwelle . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>85</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	85
5.2	Ausblick . . . . .	87
<b>A</b>	<b>Phase-locked loop</b>	<b>89</b>
<b>B</b>	<b>Einstellung der Braggpulsdauer</b>	<b>91</b>
<b>C</b>	<b>Impulsverteilungen nach Fermi-Dirac und Maxwell-Boltzmann Statistik</b>	<b>93</b>
C.1	Zustandsdichte und chemisches Potential . . . . .	93
C.1.1	Die Zustandsdichte . . . . .	93
C.1.2	Das chemische Potential . . . . .	94
C.2	Impulsverteilung für klassische Teilchen . . . . .	96

---

C.3	Impulsverteilung von Fermionen . . . . .	96
C.4	Zweidimensional integrierte Impulsverteilung . . . . .	97
C.4.1	Klassische Impulsverteilung entlang $k_z$ . . . . .	97
C.4.2	Fermiverteilung entlang $k_z$ . . . . .	97
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Im Januar 1912 wandte sich ein Doktorand Sommerfelds, Peter Paul Ewald, mit einer Frage an den Physiker Max von Laue. Ewald arbeitete zu dieser Zeit an seiner Dissertation über die optischen Eigenschaften einer anisotropen Anordnung isotroper Streuer oder kurz der Ausbreitung von Licht in einem Kristall. Während Ewald dabei an der Ausbreitung von sichtbarem Licht interessiert war, beschäftigte sich von Laue zu diesem Zeitpunkt mit Arbeiten zur Röntgenstrahlung. Von Laue war überzeugt, dass Röntgenstrahlung in einem Kristall gebeugt werden müsse und begann mit Experimenten [Ewa62]. Bereits im Juni desselben Jahres wurden die ersten experimentellen Ergebnisse zur Röntgenbeugung an Kristallen veröffentlicht [Kni12].

Noch im selben Jahr konnten W. H. Bragg und W. L. Bragg eine Erklärung für die Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen liefern. Diese Beschreibung lieferte die Braggbedingung [Bra12] für die Beugung von Licht an periodischen Gittern. Dies ermöglichte die systematische Vermessung der Kristallstrukturen verschiedenster Festkörper. In der Folgezeit wurde die Braggbeugung eines der wichtigsten Werkzeuge zur Erforschung der Struktur fester Materie.

Nach der Braggbeugung elektromagnetischer Strahlung gelang 1927 erstmalig die Braggbeugung von Materiewellen in Form der Elektronenbeugung an Metallen [Dav27, Tho27]. Einige Jahre später folgte dann die Braggbeugung von Neutronen [Fer47], was den Beginn der Neutroneninterferometrie darstellt.

Erst 1988 hielt die Braggbeugung – zu diesem Zeitpunkt ein Standardwerkzeug der Festkörperphysik – Einzug in die Atomphysik, als es gelang neutrale Atome an einem optischen Gitter zu beugen [Mar88]. Im Kontext der Physik kalter Atome wurde die Braggbeugung bald auch als Strahlteiler aufgefasst, bei dem die Beugung eine kohärente Kopplung zwischen den verschiedenen Ordnungen einführte. Daraus entstanden die ersten Interferometer, basierend auf der Braggbeugung von Atomen an optischen

Gittern [Gil95]. Experimente mit Atomstrahlen besaßen jedoch einen geringen Kontrast, der darauf zurückzuführen war, dass die Impulsverteilung der Atomstrahlen immer noch sehr breit war.

Parallel dazu wurden auch Experimente zur Braggbeugung von Licht an kalten Atomen in optischen Gittern gemacht [Bir95, Wei95, Sla05]. Dabei konnte der Gitterabstand in diesen „künstlichen Kristallen“ durch die Wahl der Wellenlänge des optischen Gitters eingestellt werden, sodass es möglich war Braggbeugung mit sichtbarem Licht zu beobachten.

Durch die Realisierung eines Bose-Einstein Kondensats (BECs) im Jahr 1995 [And95, Dav95, Bra95] war dann erstmals eine Quelle für Materiewellen mit einer hohen Phasenraumdichte vorhanden. Wenig später, 1999 wurde dann die erste Braggbeugung von BECs an einem optischen Potential beobachtet [Koz99a, Ste99]. Damit hatte die Braggbeugung auch in der Atomoptik als Werkzeug zur Messung und kohärenten Manipulation von Materiewellen Einzug gehalten.

Zunächst wurden lediglich bosonische Atome für die Braggbeugung verwendet. Die Realisierung der Braggbeugung macht sehr kalte Atomwolken nötig und die geringe Stoßwahrscheinlichkeit ultrakalter Fermionen schränkt das effiziente evaporative Kühlen ein. Erst 1999 gelang es, auch Fermionen bis zur Entartung zu kühlen [DeM99b]. Die Braggbeugung auf fermionische Ensembles zu erweitern, erscheint daher als logische Fortsetzung. Dennoch wurde ein solcher Versuch bisher nicht unternommen.

Im Rahmen dieser Dissertation wurde nun zum ersten Mal die Braggbeugung von ultrakalten Fermionen an einem optischen Potential beobachtet. Die Möglichkeit der kohärenten Manipulation sowie der Vermessung kalter Gase mittels Braggbeugung konnte damit auch für Fermionen zugänglich gemacht werden.

Die Braggbeugung ultrakalter Atome wird in zweifacher Weise verwendet. Zur Messung des dynamischen Strukturfaktors des atomaren Gases mittels Braggpektroskopie und als Strahlteiler in einem Bragginterferometer.

Braggpektroskopie, der Einsatz der Braggbeugung zur Untersuchung der Impulsverteilung sowie der Dispersionsrelation des atomaren Gases, wurde bereits in den ersten Experimenten mit BECs angewandt [Ste99]. Inzwischen reichen die Anwendungen von der Untersuchung von Vortices in BECs [Mun06] über die Vermessung des Anregungsspektrums in stark wechselwirkenden Gasen [Pap08] bis zu theoretischen Vorschlägen zur Messung der Paarungsmechanismen im BEC-BCS Crossover ultrakalter Fermigase [Bru06, Cha07].

Auch die Verwendung als Strahlteiler in einem Bragginterferometer wurde nur kurz nach den ersten Braggbeugungsexperimenten realisiert [Tor00]. Dabei wird die Kopplung zweier externer Zustände des Kondensats mit Hilfe der Braggbeugung als Strahlteiler verwendet. Interferometer, die auf der Braggbeugung als Strahlteiler basieren, erreichen mittlerweile Kohärenz-

---

zeiten von mehr als 50 ms [Hor07] und eine räumliche Separation der Interferometerarme von bis zu 180  $\mu\text{m}$  [Gar06].

Für den Einsatz der Braggpektroskopie an Fermionen gibt es bereits erste theoretische Ansätze [Bru06, Cha07] und erste Experimente zur Interferometrie mit fermionischen Gasen [Roa04] wurden ebenfalls gemacht.

In dieser Arbeit wird nun die Anwendbarkeit von Methoden zur Manipulation und Messung auf Basis der Braggbeugung von fermionischen Gasen detailliert untersucht. Dazu wird die Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen charakterisiert sowie erste Anwendungen sowohl im Bereich der Braggpektroskopie, als auch der Interferometrie mit fermionischen Gasen vorgestellt.

Der erste Teil dieser Arbeit behandelt die theoretischen Grundlagen der Braggbeugung. Zum einen wird dabei eine einfache Erklärung der Braggbeugung gegeben, analog zu der von W. L. Bragg [Bra12]. Der größte Teil dieses Kapitels befasst sich mit einer detaillierteren Beschreibung der Beugung, welche auch die Kopplung der beiden Impulszustände einschließt. Damit werden Möglichkeiten aufgezeigt, die dynamischen Prozesse bei einer einzelnen Beugung, wie auch bei komplizierteren interferometrischen Experimenten zu beschreiben.

Der zweite Teil befasst sich mit der experimentellen Realisierung der Messungen. Diese Arbeit basiert auf einer Anlage, die von Christian Silber und Sebastian Günther entwickelt und aufgebaut wurde [Sil05a, Gün06]. Lediglich die Änderungen, die für die aktuelle Arbeit nötig waren, werden daher erwähnt. Außerdem wird ein Überblick über den Ablauf eines experimentellen Zyklus gegeben.

Der dritte Teil wiederum stellt die gewonnenen experimentellen Ergebnisse dar. Neben einigen vorbereitenden Messungen an bosonischem Rubidium ( $^{87}\text{Rb}$ ) sind dies vor allem Messungen mit fermionischem Lithium ( $^6\text{Li}$ ). Die Messungen am Rubidium dienen dabei zur Kalibrierung des Systems und als Vergleich zu bereits existierenden Messungen.

Die Messungen am Lithium beginnen mit der Charakterisierung der Braggbeugung von Lithium. Dabei wird der Einfluss der Wechselwirkungsdauer, der Potentialtiefe des optischen Gitters und der Einfluss der Verstimmung der Braggglaser betrachtet. Des Weiteren werden erste Messungen mit Hilfe der Braggbeugung vorgestellt. Dazu zählen die Messung der Impulsverteilung der Atome in der Magnetfalle, Experimente zur Beschreibung der verwendeten Magnetfalle und der Wechselwirkung der Fermionen sowie interferometrische Messungen mit fermionischem Lithium.

Diese Arbeiten dienen der Charakterisierung der Braggbeugung von Fermionen an periodischen optischen Potentialen. Gleichzeitig werden hier erste

Experimente, insbesondere zur Braggpektroskopie und Interferometrie vorgestellt, bei denen mögliche Anwendungen der Braggbeugung von Fermionen aufgezeigt werden. Damit wird die Braggbeugung als leistungsfähiges Werkzeug zur Untersuchung der dynamischen Struktur fermionischer Gase und zum Bau flexibler Interferometer auf Basis ultrakalter Fermionen eingeführt.

## Kapitel 2

# Braggbeugung und Ramsey-Interferometrie

Im folgenden Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen dargestellt werden, welche die Beugung von Materiewellen an optischen Potentialen beschreiben. Dazu werden zunächst zwei Herangehensweisen vorgestellt, um die Braggbeugung mit einem einfachen Bild zu erklären. Des Weiteren wird die zeitliche Entwicklung der Braggbeugung mit einem quantenmechanischen Ansatz behandelt. Mit diesem Ansatz lassen sich die experimentellen Ergebnisse beschreiben. Außerdem werden Einflüsse durch die Magnetfalle, Wechselwirkung zwischen den Atomen und die Tiefe der optischen Potentiale berücksichtigt. Schließlich wird eine kurze Einführung in die Superradianz gegeben und die experimentelle Realisierbarkeit im Rahmen dieser Arbeit wird diskutiert.

### 2.1 Einführung in die Braggbeugung

Die Braggbeugung in der ursprünglichen Form, also die Beugung von Röntgenstrahlen an Festkörperkristallen, wird beschrieben als Beugung einer Lichtwelle an einem ausgedehnten dreidimensionalen Gitter. Die Beugung ultrakalter Fermionen an einem optischen Gitter, wie sie in dieser Arbeit behandelt wird, lässt sich jedoch vereinfacht behandeln. Das verwendete Gitter besteht aus zwei gegenläufigen Laserstrahlen, welche ein periodisches Potential für die Atome darstellen. Die theoretische Beschreibung der Braggbeugung lässt sich daher auf ein eindimensionales Problem reduzieren. Da die Frequenzen der beiden Laserstrahlen relativ zueinander verstimmt sind, bildet sich keine Stehwelle aus. Vielmehr bewegt sich das optische Gitter mit einer Geschwindigkeit, die gegeben ist, durch den Gitterabstand  $\lambda_L/2$  mit der Wellenlänge  $\lambda_L$  der Laser und der Verstimmung der Laser  $\delta = \omega_1 - \omega_2$ ,

$$v = \frac{\lambda_L}{2} \cdot \frac{\delta}{2\pi}. \quad (2.1)$$

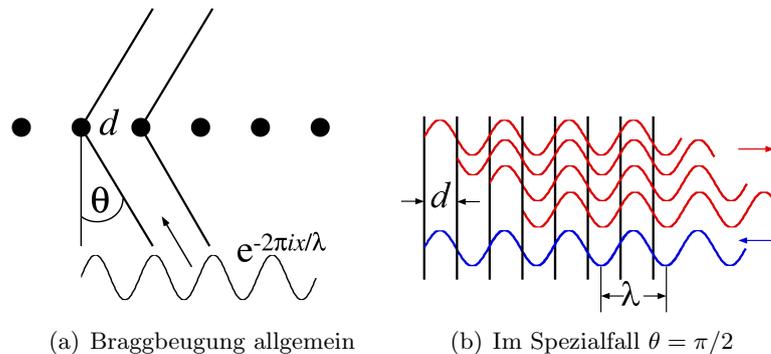
Dabei liegt die Wellenlänge des Lichts nahe der Resonanzfrequenz der  $D_2$ -Linie des Lithium ( ${}^6\text{Li}$ ) bei  $\lambda_L = 670$  nm. Die Verstimmung der Laser beträgt typischerweise  $\delta = 2\pi \cdot 295$  kHz. Auf Grund der geringen Verstimmung besitzen die beiden Laser also in sehr guter Näherung dieselbe Wellenlänge. Die Atome befinden sich zum Zeitpunkt der Beugung in Ruhe. Die Wechselwirkungsdauer der Beugung kann durch die Einstrahldauer des Lichts reguliert werden und liegt in den hier beschriebenen Experimenten zwischen einigen hundert ns und  $100 \mu\text{s}$ .

### 2.1.1 Braggbeugung im Wellen- und Teilchenbild

Braggbeugung, also Beugung einer Licht- oder Materiewelle an einer periodisch geordneten Struktur, lässt sich in zweierlei Weise behandeln. Zum einen kann man hier das Wellenbild verwenden, der Mechanismus der Braggbeugung lässt sich jedoch genauso im Photonenbild veranschaulichen.

#### Das Wellenbild

Im Wellenbild wird die Braggbeugung beschrieben als die Beugung einer Welle, z.B. einer Lichtwelle an einer periodischen Struktur, z.B. Atomen die periodisch in einem Festkörper angeordnet sind. Die Beugung wird dadurch erklärt, dass sich unter einem bestimmten Winkel die an verschiedenen Streuzentren gestreuten Wellen konstruktiv überlagern.



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Beugung an einem Gitter mit Gitterabstand  $d$ . Für passende Wellenlängen  $\lambda$  der (Materie-)welle existiert konstruktive Interferenz der gestreuten Welle nach Gl. (2.2). Der allgemeine Fall ist in Teilbild (a) dargestellt. Die eindimensionale Anordnung im Experiment, mit  $\theta = \pi/2$  ist in Teilbild (b) gezeigt.

In Abb. 2.2 ist dies schematisch dargestellt. Für die konstruktive Interferenz gilt die Bedingung

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (2.2)$$

wobei  $d$  den Abstand zwischen zwei Streuzentren und  $\theta$  den Winkel der Braggwelle (zum Lot) bezeichnet. Für diesen Winkel gilt, wie bereits erläutert, in den hier beschriebenen Experimenten  $\theta = \pi/2$ . Die Beugungsordnung wird mit  $n$  bezeichnet. Im Folgenden soll lediglich die Beugung erster Ordnung also für  $n = 1$  betrachtet werden. Die Wellenlänge des Lichts bzw. der Materiewelle ist  $\lambda$ .

Diese theoretische Betrachtungsweise ist anschaulich für die Beugung von Licht an Atomen in einem Kristall, lässt sich jedoch auch benutzen für die Beugung von Materiewellen, z.B. kalten Atomen an einem periodischen optischen Potential, wie etwa einer Stehwelle. Hier muss man den Abstand  $d$  zwischen Streuzentren ersetzen durch den Gitterabstand in einem optischen Gitter  $d = \lambda_L/2$  mit der Wellenlänge des Gitterlichtes  $\lambda_L$ . Außerdem muss für die Wellenlänge in Gl. (2.2) die De-Broglie-Wellenlänge  $\lambda_{\text{DB}} = 2\pi\hbar/mv$  mit der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $v$  der Atome relativ zum optischen Gitter benutzt werden.

Da sich die Atome zu Beginn des Experiments in Ruhe befinden, ist die Geschwindigkeit der Atome relativ zum Gitter bestimmt durch die Verstimmung  $\delta$  der beiden Laser, die das optische Gitter bilden. Die Geschwindigkeit der Atome relativ zur „Stehwelle“ des Gitters ist dann gegeben mit

$$v = d \cdot \Delta\nu = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\delta}{2\pi}. \quad (2.3)$$

Setzt man dies in Gl. (2.2) ein, erhält man

$$\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} \quad (2.4)$$

mit dem Einphotonimpuls  $\hbar q = h/\lambda_L$ .

### Das Teilchenbild

Im Teilchenbild wird die Braggbeugung als ein Umstreuungsprozess verstanden. Im hier diskutierten Fall der Beugung von Atomen an einer Lichtwelle werden Photonen zwischen den beiden Laufwellen, aus denen sich das optische Gitter zusammensetzt, umgestreut. Für diesen Prozess muss Energie und Impulserhaltung erfüllt sein, d.h. der Energiegewinn des Atoms muss der Verstimmung  $\delta = \omega_1 - \omega_2$  der beiden Laserstrahlen relativ zueinander entsprechen

$$\frac{\hbar^2 k'_z{}^2}{2m} = \hbar\delta, \quad (2.5)$$

wobei  $k'_z$  der Wellenvektor des Atoms nach der Beugung entlang der Ausbreitungsrichtung des Lichtes ist. Nach der Impulserhaltung wiederum entspricht der Impulsgewinn des Atoms dem zweifachen Photonenimpuls

$$\hbar k'_z = 2\hbar q. \quad (2.6)$$

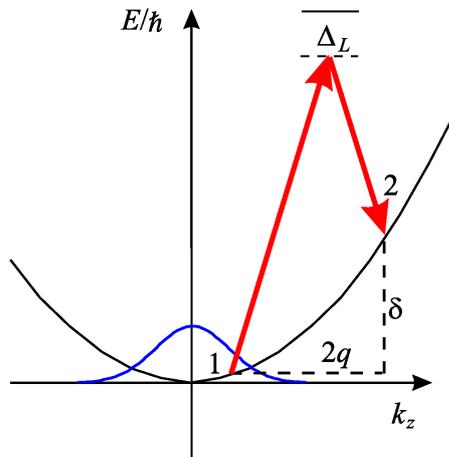
Aus Gl. (2.5) und (2.6) erhält man nun ebenfalls die Braggbedingung Gl. (2.4).

Für den oben behandelten Fall wird angenommen, dass sich die Atome in Ruhe befinden. Ist das nicht der Fall, müssen die Beziehungen in Gl. (2.5) und (2.6) modifiziert werden. Die Impulserhaltung lautet nun

$$\hbar k'_z = \hbar k_z + 2\hbar q, \quad (2.7)$$

mit dem Ausgangsimpuls des Atoms  $\hbar k_z$  und die Energieerhaltung ergibt

$$E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2 k'^2_z}{2m} - \frac{\hbar^2 k^2_z}{2m} = \frac{2\hbar^2 q^2}{m} + \frac{2\hbar^2 k_z q}{m} = \hbar\delta = \hbar(\omega_{2r} + \Delta). \quad (2.8)$$



**Abbildung 2.2:** Schematische Darstellung der Braggbeugung im Teilchenbild. Dargestellt ist die Dispersionsrelation eines freien Teilchens. Bei der Braggbeugung werden nun Photonen von einem Laserstrahl in den anderen umgestreut, wobei die Energie- und Impulserhaltung gewährleistet sein muss. Ein Teilchen mit Impuls 1 wird also dann nach 2 gebeugt, wenn die Energiedifferenz der Laser  $\hbar\delta = 2\hbar^2 q^2/m$  mit dem Photonenimpuls  $\hbar q$ . Die Impulsverteilung auf Grund der thermischen Verteilung der Atome ist blau skizziert.

Die Frequenz  $\omega_{2r} = 2\hbar q^2/m$  kann damit als Resonanzfrequenz für die Braggbeugung ruhender Atome bezeichnet werden. Sind die Bragg Laser relativ zu dieser Resonanz um

$$\Delta(k_z) = \frac{2\hbar k_z q}{m} \quad (2.9)$$

verstimmt, so werden nun Atome mit dem Impuls  $\hbar k_z$  gebeugt.

## 2.2 Quantenmechanische Beschreibung der Braggbeugung

Die bisherige Beschreibung der Braggbeugung liefert die Braggbedingung für eine Beugung von Atomen an einem optischen Gitter. Um die zeitliche Ent-

wicklung der Beugung zu beschreiben, bedarf es eines quantenmechanischen Ansatzes. Dabei folgt die Beschreibung der Vorgehensweise in [Bla00].

Der atomare Zustand wird im Folgenden beschrieben als

$$\Psi(z, k_z, t) = \psi(z)\phi(k_z) \cdot \begin{pmatrix} a_{0,k_z}(t) \\ a_{1,k_z}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

mit der Ortswellenfunktion  $\psi(z)$ , der Wellenfunktion für den Impuls  $\phi(k_z)$  und den Amplituden der beiden Beugungszustände  $a_{0,k_z}(t)$  und  $a_{1,k_z}(t)$ .

Den Zustand  $\Psi_l(z, k_z, t)$  in der jeweiligen Beugungsordnung  $l = 0, 1$  erhält man durch Projektion, also z.B. für  $l=0$

$$\Psi_0(z, k_z, t) = \Psi(z, k_z, t) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Dabei ist  $k_z$  über einem Intervall  $[-q, q]$  definiert und der Gesamtimpuls eines Teilchens ist  $\hbar k_{z,\text{tot}} = 2\hbar q + \hbar k_z$ . Im Folgenden soll jedoch zur einfacheren Darstellung auf diese Unterscheidung verzichtet werden.

### 2.2.1 Braggbeugung (quasi-) freier Teilchen

Die Braggbeugung entspricht einer Umverteilung im Impulsraum. Sind die Atome räumlich homogen verteilt, dann ist der Impuls eine gute Quantenzahl und die Wellenfunktion kann reduziert werden auf

$$\Psi(k_z, t) = \phi(k_z) \cdot \begin{pmatrix} a_{0,k_z}(t) \\ a_{1,k_z}(t) \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

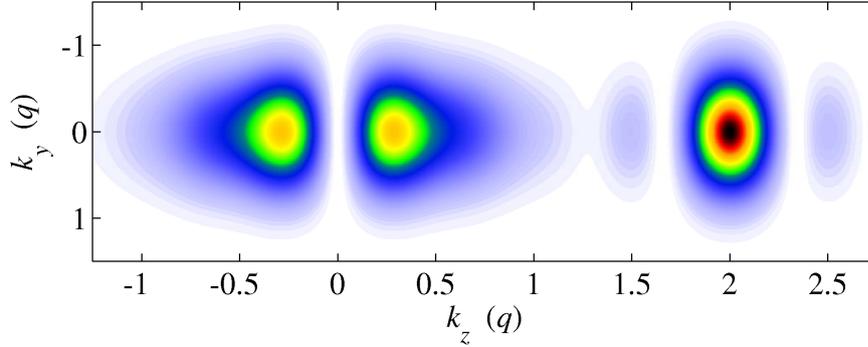
Tatsächlich befinden sich die Atome jedoch in einer Magnetfalle mit näherungsweise harmonischem Potential. Dieses Potential koppelt die Orts- und Impulskoordinaten, sodass der Impuls nicht länger eine gute Quantenzahl darstellt. Die Kopplung durch die Falle geschieht jedoch auf Zeitskalen der Fallenfrequenz  $\omega_z$ . Die Wechselwirkungszeiten der Braggbeugung sind demgegenüber kurz  $\tau_{\text{Bragg}} \ll 2\pi/\omega_z$ , sodass der Impuls für die Dauer einer Braggbeugung als gute Quantenzahl angesehen werden darf. Der Einfluss der Falle lässt sich darauf reduzieren, dass die Impulse der Atome normalverteilt sind, also

$$|\phi(k_z)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{k_z}} e^{-k_z^2/2\sigma_{k_z}^2}, \quad (2.13)$$

mit  $\sigma_{k_z} = \sqrt{mk_{\text{B}}T/\hbar^2}$ . Dies leitet sich aus einer thermischen Maxwell-Boltzmann Verteilung von Atomen der Temperatur  $T$  und Masse  $m$  in einer harmonischen Falle ab (siehe [Gün06] und Anhang C).

Die Entwicklung der Zustandsamplituden  $a_{0,k_z}(t)$  und  $a_{1,k_z}(t)$  während der Beugung wird mit Hilfe des Hamiltonoperators [Bla00]

$$H_\tau = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2m} k_z^2 & \frac{1}{2}\Omega_{\text{R}} \\ \frac{1}{2}\Omega_{\text{R}} & \frac{\hbar}{2m} (k_z + 2q)^2 - \delta \end{pmatrix} \quad (2.14)$$



**Abbildung 2.3:** Simulation einer Braggbeugung. Die Dauer des Pulses  $\tau = \pi/\Omega_R$  wurde so gewählt, dass maximale Beugung in die erste Beugungsordnung  $2\hbar q$  gegeben ist. Dargestellt ist die Impulsverteilung der Atome in  $k_y$ - und  $k_z$ -Richtung nach einem Braggpuls. Dabei erfolgt die Braggbeugung selbst in  $k_z$ -Richtung. Die Impulsverteilung entspricht der Verteilung der Atome bei einer Absorptionsabbildung im Experiment. Da die Impulsverteilung der Atome breiter als die Leistungsverbreiterung der Braggbeugung ist, werden fast nur Atome aus der Mitte der Verteilung gebeugt (siehe Kapitel 2.4.1).

beschrieben. Die Verstimmung  $\delta = \omega_{2r} + \Delta$  ergibt sich dabei aus der Resonanzfrequenz  $\omega_{2r} = 2\hbar q^2/m$  und der Verstimmung  $\Delta = 2\hbar q k_z/m$  relativ dazu. Die Kopplungsstärke der beiden Impulszustände ist gegeben durch die Rabi-Frequenz  $\Omega_R$ . Sie folgt aus den Einphoton-Rabi-Frequenzen der beiden Laserstrahlen

$$\Omega_i = \sqrt{6\pi c^2 \Gamma I_i / \hbar \omega^3}, \quad (2.15)$$

mit der Linienbreite des atomaren Übergangs  $\Gamma$ , der Intensität des Laserstrahls  $I_i$  und der Frequenz des benutzten Lichts  $\omega = 2\pi c/\lambda$ . Die Rabi-Frequenz der Braggbeugung ist damit

$$\Omega_R = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta_L}. \quad (2.16)$$

Wobei  $\Delta_L$  die Verstimmung des Laserlichts zur atomaren Resonanz bezeichnet.

Die zeitliche Entwicklung der Zustandsamplituden ergibt sich mit

$$\begin{pmatrix} a_{0,k_z}(t) \\ a_{1,k_z}(t) \end{pmatrix} = e^{-iH_\tau t/\hbar} \begin{pmatrix} a_{0,k_z}(0) \\ a_{1,k_z}(0) \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

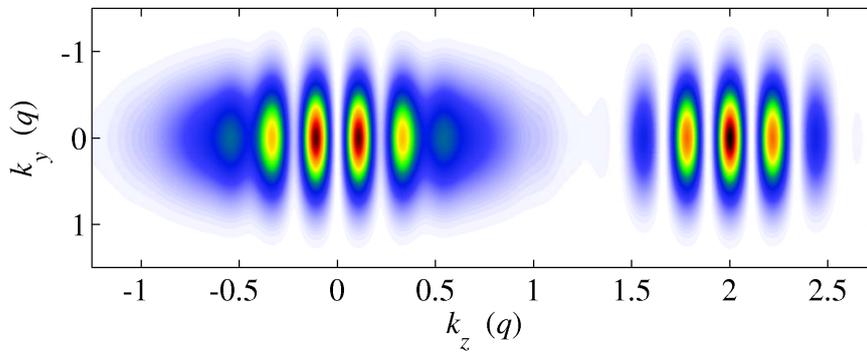
Die Impulsverteilung nach einem Beugungsexperiment ist dann das Betragsquadrat der Wellenfunktion

$$|\Psi_l(k_z, t)|^2 = |\phi(k_z)|^2 \cdot |a_{l,k_z}(t)|^2. \quad (2.18)$$

Tatsächlich wurde die Entwicklung der Amplituden für verschiedene Impulse mit Hilfe von Gl. (2.17) berechnet und diese dann mit der Impulsverteilung Gl. (2.13) gewichtet. Ein Beispiel für die Simulation einer Braggbeugung ist in Abb. 2.3 gezeigt. Dabei wurden Parameter gewählt, die den experimentellen Parametern für die Braggbeugung von Lithium entsprechen. Wie in der Simulation zu sehen werden nur einige Atome aus der Mitte der atomaren Verteilung gebeugt. Die Breite der Impulsverteilung ist hier deutlich größer als die Leistungsverbreiterung aufgrund der Rabifrequenz. Atome mit einem Impuls  $\hbar k_z \neq 0$  werden daher kaum gebeugt. Dieser Effekt wird in Kapitel 2.4.1 näher behandelt.

## 2.3 Ramsey-Interferometrie

Ein möglicher Einsatz der Braggbeugung ist die Benutzung als Strahlteiler für Materiewellen. Interessant wird dies z.B. bei Interferenzexperimenten, bei denen mit einer Braggbeugung ein atomares Ensemble in zwei Zustände aufgespalten wird. Diese entwickeln sich frei oder unter dem Einfluss eines zusätzlichen Potentials und werden dann durch einen weiteren Braggpuls wieder miteinander überlagert. Eine solche Anordnung wird Ramsey Interferometer genannt [Ram49].



**Abbildung 2.4:** Simulation eines Ramsey-Interferenzexperiments. Das Linienpektrum der Beugung entsteht durch die freie Propagation der beteiligten Zustände. Für die Simulation wurden realistische Parameter für ein entsprechendes Experiment mit Lithium gewählt. Die breite Impulsverteilung ermöglicht es dabei mehrere Interferenzstreifen zu beobachten.

Die zeitliche Entwicklung der Atome, wenn kein Licht eingestrahlt ist lässt sich analog zu Gl. (2.17) beschreiben. Der Hamiltonoperator vereinfacht sich hier zu

$$H_{\Delta t} = \hbar \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2m} k_z^2 & 0 \\ 0 & \frac{\hbar}{2m} (k_z + 2q)^2 - \delta \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Die Zeitentwicklung erfolgt analog zu Gl.(2.17)

$$\begin{pmatrix} a_{0,k_z}(t) \\ a_{1,k_z}(t) \end{pmatrix} = e^{-iH_{\Delta t}/\hbar} \begin{pmatrix} a_{0,k_z}(0) \\ a_{1,k_z}(0) \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Durch die Kombination von Zeitentwicklungsoperatoren wie  $e^{-iH_{\Delta t}/\hbar}$  aus Gl. (2.20) und  $e^{-iH_{\tau}/\hbar}$  aus Gl. (2.17) lassen sich nun auch kompliziertere experimentelle Abläufe simulieren, wie z.B. ein Ramseyexperiment, bei dem zwei Pulse der Länge  $\tau = \pi/2\Omega_R$  durch eine Wartezeit der Dauer  $\Delta t$  unterbrochen sind. Während der Wartezeit entwickeln sich die Zustände frei. Eine Simulation für ein solches Experiment ist in Abb. 2.4 gezeigt, wobei wieder Parameter entsprechend denen der Experimente mit Lithium gewählt wurden. Beachtenswert ist hier, dass die einzelnen Interferenzstreifen zu jeweils unterschiedlichen Anfangsimpulsen gehören. In diesem Sinne kann hier ein Ramsey Interferogramm, welches normalerweise aus vielen sukzessive durchgeführten Experimenten besteht, in einem einzelnen experimentellen Durchlauf gewonnen werden.

### 2.3.1 Pulsfläche

Im Folgenden wird die Dauer eines Pulses  $\tau$  für gewöhnlich durch die Pulsfläche  $\Phi$  gegeben. Diese ist definiert als

$$\Phi = \Omega_R \tau. \quad (2.21)$$

Bei einer Pulsfläche von  $\Phi = \pi$  spricht man von einem  $\pi$ -Puls. In diesem Fall wird die gesamte (resonante) Population in den jeweils anderen Zustand transferiert (siehe Abb. 2.3). Im Falle eines  $\pi/2$ -Pulses ( $\Phi = \pi/2$ ) kommt es zu einer gleichgewichteten Überlagerung aus beiden Zuständen. Bei der Simulation in Abb. 2.4 wird eine solche Überlagerung hergestellt. Einer der beiden Zustände entwickelt sich nun schneller und bei der abermaligen Überlagerung entstehen charakteristische Interferenzstreifen.

Die Interferenz in Abb. 2.4 lässt sich noch mit folgendem Bild verstehen. Bei der ersten Beugung entsteht eine Überlagerung zwischen den Zuständen mit Impuls  $\hbar k_z \simeq 0\hbar q$  und  $\hbar k_z \simeq 2\hbar q$ . Die Phasenentwicklung dieser Zustände ist proportional zu

$$\varphi(t) = E_i t / \hbar \quad (2.22)$$

Die Energie der Zustände lässt sich über die Impulse berechnen

$$E_1 = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (2.23)$$

$$E_2 = \frac{\hbar^2 (k_z + q)^2}{2m}. \quad (2.24)$$

Beim abermaligen Überlagern entsteht eine impulsabhängige Phasenmodulation

$$\Delta\varphi(t) = \frac{2\hbar k_z q}{m} \cdot t = \Delta(k_z) \cdot t, \quad (2.25)$$

das Interferenzmuster in Abb. 2.4.

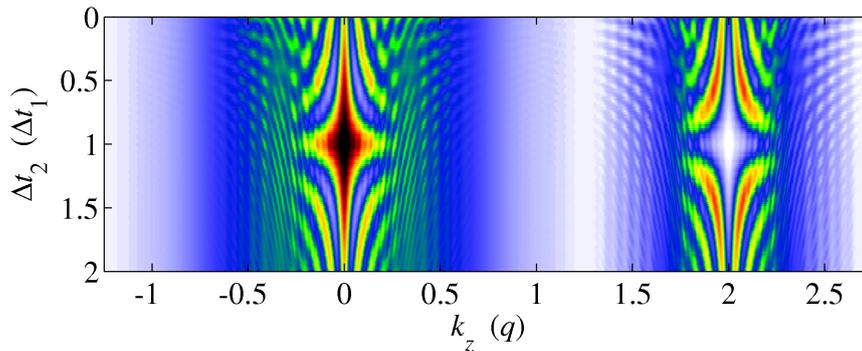
## 2.4 Impulsecho

Das Ramseyexperiment lässt sich noch erweitern, indem die freie Entwicklungszeit zwischen den Braggpulsen noch durch einen weiteren Braggpuls mit einer Pulsfläche von  $\Phi = \pi$  aufgeteilt wird. Die gesamte Pulsfolge lautet dann:

$$\pi/2\text{-Puls} - \text{Wartezeit } \Delta t_1 - \pi\text{-Puls} - \text{Wartezeit } \Delta t_2 - \pi/2\text{-Puls}.$$

Der Vorteil einer solchen Pulsfolge gegenüber dem Ramseyexperiment liegt darin, dass man ein deutlich robusteres Signal erhält. Auf Grund der Auflösungsbegrenzung der Absorptionsabbildung können Interferenzstreifen, die eng beieinander liegen, nicht mehr als getrennte Objekte detektiert werden. Da der Abstand der Interferenzstreifen jedoch umgekehrt proportional zur Entwicklungszeit ist (2.25), können diese bei längeren Entwicklungszeiten nicht mehr aufgelöst werden (vgl. Kapitel 4.7.2). Beim Impulsecho hingegen besteht das Signal im Wiederaufleben der Population in der nullten Beugungsordnung ( $\hbar k_z \simeq 0\hbar q$ ). Dieses Signal ist nicht von der Auflösungsbegrenzung des Abbildungssystems abhängig.

Eine solche Pulsfolge wurde zuerst von E.L. Hahn bei NMR-Experimenten verwendet [Hah50]. In der Atomphysik wurde dieses Verfahren bereits mehrfach eingesetzt, z.B. in Atomstrahlexperimenten [Kas91], aber auch in Interferometern mit BECs [Gar06].



**Abbildung 2.5:** Simulation eines Impulsechoexperimentes. Die einzelnen Zeilen entsprechen der Impulsverteilung in  $k_z$ -Richtung innerhalb eines experimentellen Zyklus. Die sehr feinen Interferenzstreifen sind experimentell nicht auflösbar. Deutlich zu sehen ist das Wiederaufleben der ersten Ordnung für  $\Delta t_2 = \Delta t_1$ .

Abb. 2.5 zeigt die Simulation eines solchen Experiments. Hierbei wurde die Wartezeit  $\Delta t_1$  festgehalten und die Wartezeit  $\Delta t_2$  variiert zwischen

$\Delta t_2 = 0$  und  $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ . Jede Zeile in Abb. 2.5 entspricht einem Experimentellen Zyklus, bei dem jedoch die Atomzahl entlang der y-Achse aufintegriert wurde (vgl. Abb. 2.4). Das eigentliche Impulssignal besteht im Wiederaufleben der nullten Beugungsordnung ( $0\hbar q$ ) für  $\Delta t_2 = \Delta t_1$ . Die zusätzlichen Interferenzstreifen sind experimentell nicht detektierbar, da sie unterhalb der Auflösungsgrenze liegen (vgl. Kapitel 4.7.2).

### 2.4.1 Verbreiterungsmechanismen

Wie in Abb. 2.3 bereits zu sehen, wird nicht notwendigerweise die gesamte Atomwolke gebeugt. In der Tat nimmt bei den gegebenen experimentellen Parametern immer nur ein Teil der atomaren Verteilung an der Beugung teil. Wie groß der Anteil der gebeugten Atome ist, hängt von verschiedenen Verbreiterungsmechanismen ab. Die thermische Verbreiterung der Atomwolke auf der einen Seite bewirkt eine Verstimmung der Atome relativ zur Resonanz. Durch die Leistungsverbreiterung jedoch wird die Resonanzbedingung für einen weiten Verstimmungsbereich erfüllt. Im Folgenden soll darauf näher eingegangen werden.

#### Thermische Verteilung der Atome

Auf Grund ihrer endlichen Temperatur sind die atomaren Impulse verteilt. Die konkrete Form der Verteilung hängt von der Art der Atome ab. Für Bosonen gilt die Bose-Einstein Verteilung für Fermionen die Fermi-Dirac Verteilung. Die konkreten Verteilungsfunktionen sind an anderer Stelle [Gün06] sowie in Anhang C detailliert hergeleitet, weshalb hier darauf verzichtet werden soll. Tatsächlich ist für die Experimente, welche mit fermionischem Lithium durchgeführt wurden eine thermische Maxwell-Boltzmann Verteilung eine sehr gute Annahme. In diesem Fall ist die Impulsverteilung durch Gl. (2.13) gegeben. Für die Halbwertsbreite der Impulsverteilung gilt dann

$$\sigma_{\frac{1}{2}, k_z} = \sqrt{\frac{mk_B T}{\hbar^2}} \cdot \ln 4. \quad (2.26)$$

#### Leistungsverbreiterung

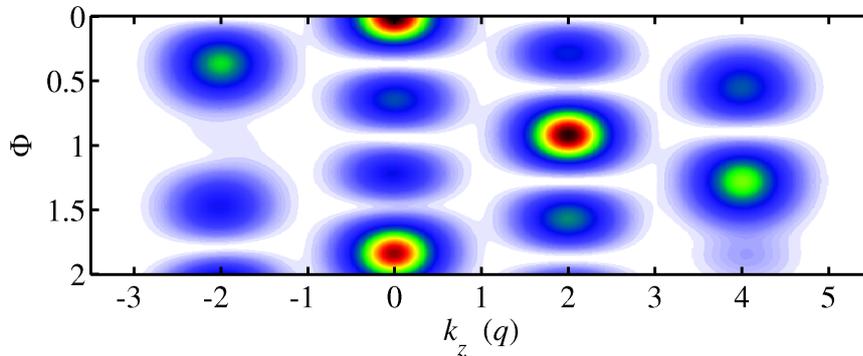
Die Breite der Impulsverteilung der gebeugten Wolke lässt sich aus der Rabi-Formel ableiten [Bla00]. Damit gilt für die Wahrscheinlichkeit einer Beugung

$$P = \frac{\Omega_R^2}{\Omega_R^2 + \Delta(k_z)^2}, \quad (2.27)$$

mit der Verstimmung  $\Delta(k_z) = \frac{2\hbar k_z q}{m}$  nach Gl. (2.9). Die Halbwertsbreite für diese Verteilung ( $P = 1/2$ ) erhält man für  $\Delta(k_z) = \Omega_R$  und damit gilt

$$\sigma_{\frac{1}{2}, \Omega_R} = \frac{m\Omega_R}{2\hbar q}. \quad (2.28)$$





**Abbildung 2.6:** Simulation der Beugung im Kapitza-Dirac Regime. Aufgetragen ist die Atomzahldichte je Impuls gegen die Pulsfläche. Beugung erfolgt aus der Ursprungsverteilung um  $0\hbar q$  in Beugungsordnungen um  $-2\hbar q$ ,  $2\hbar q$  und  $4\hbar q$ , entsprechend der minus ersten, ersten und zweiten Beugungsordnung.

### 2.5.1 Dispersionsrelation freier Teilchen

Die meisten der Experimente im Rahmen dieser Arbeit fanden in einer Magnetfalle statt. Dennoch ist es für die theoretische Betrachtung der eigentlichen Beugung ausreichend, die Dispersionsrelation freier Teilchen zu benutzen. Die Dispersionsrelation beschreibt die Abhängigkeit der Energie eines Teilchens vom Impuls. Für freie Teilchen ist dies einfach die kinetische Energie ausgedrückt in Einheiten des Impulses. Für Atome in einer Magnetfalle sind allerdings die kinetische Energie und die potentielle Energie gekoppelt. Die Kopplung dieser beiden Terme erfolgt jedoch auf der Zeitskala der Fallenfrequenzen (einige zehn Hz), während die Beugung auf einer Zeitskala von hundert kHz erfolgt. Für diese kurzen Zeiten kann der Einfluss der Falle vernachlässigt werden.

Die (kinetische) Energie der Teilchen soll im Folgenden durch deren charakteristische Frequenz ausgedrückt werden, man erhält dann

$$\omega_{\text{kin}}(k_z) = E_{\text{kin}}/\hbar = \frac{\hbar k_z^2}{2m}. \quad (2.32)$$

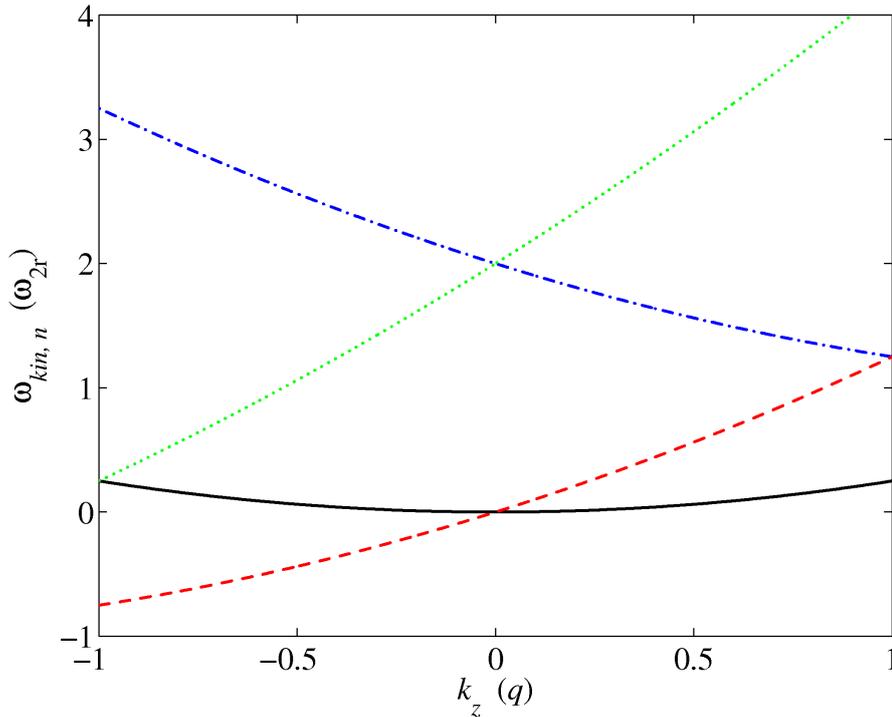
Allerdings soll wie bisher der Impuls in Abschnitte unterteilt werden, die den jeweiligen Beugungsordnungen zuzurechnen sind

$$k_z \rightarrow 2nq + k_z \quad (2.33)$$

mit der Beugungsordnung  $n$ , wobei  $k_z$  das Intervall  $[-q, q]$  umfasst. Damit ergibt sich die Dispersionsrelation der Ordnung  $n$  als

$$\omega_n(k_z) = \frac{\hbar(2nq + k_z)^2}{2m} - n\omega_{2r}. \quad (2.34)$$

Durch den Term  $-n\omega_{2r}$  ist die Kopplung durch eine Braggbeugung bereits in den Dispersionsrelationen enthalten. Eine Kopplung zwischen zwei benachbarten Beugungsordnungen erfolgt also genau dann, wenn deren Energien an einem Punkt der Dispersionsrelation entartet sind.



**Abbildung 2.7:** Dispersionsrelation für den Fall von Lithium. Die schwarze (durchgezogene) Linie beschreibt die nullte Beugungsordnung, die rote (gestrichelte) Linie die erste, die blaue (gestrichpunktete) Linie die minus erste und die grüne (gepunktete) Linie die zweite Beugungsordnung.

In Abb. 2.7 ist die Dispersionsrelation für die Beugungsordnungen  $n = -1 \dots 2$ , am Beispiel von Lithium dargestellt. Für  $k_z = 0$  existiert eine Kopplung zwischen der nullten Beugungsordnung (schwarz, durchgezogen) und der ersten Beugungsordnung (rot, gestrichelt). Für hohe Rabi-Frequenzen ist auch eine Kopplung zwischen der nullten und minus ersten (blau, gestrichpunktet) sowie zwischen der ersten und zweiten (grün, gepunktet) Beugungsordnung möglich. Die Energiedifferenz müsste dann durch die Leistungsverbreiterung der Beugung aufgebracht werden.

Andere Kopplungen, z.B. zwischen der nullten und zweiten Ordnung sind nur möglich, wenn die Frequenz der Bragg-Laser angepasst wird, also für diesen Fall

$$\delta = \frac{2n\hbar q^2}{m}, \quad (2.35)$$

mit der Beugungsordnung  $n = 2$ .

### 2.5.2 Übergang zum Kapitza-Dirac Regime

Nach dem oben Genannten kann die Beugung in einen bestimmten Impulszustand genau dann erfolgen, wenn die Energien des Ursprungs- und Endzustands entartet sind. Die Bedingung für das Kapitza-Dirac Regime lautet also, dass die Rabifrequenz  $\Omega_R$  ähnlich groß wird wie der Abstand zweier Dispersionskurven.

Die Kapitza-Dirac Beugung beginnt mit Beugung in die zweite und minus erste Ordnung. Die Energiedifferenz zu den benachbarten Ordnungen erhält man aus Gl. (2.33)

$$\Delta\omega_{\text{KD}}(k_z) = |\omega_{-1}(k_z) - \omega_0(k_z)| = |\omega_2(k_z) - \omega_1(k_z)| = \frac{4\hbar q^2}{m} - \frac{2\hbar|k_z|q}{m}. \quad (2.36)$$

Um Beugung in höhere Ordnungen zu vermeiden, muss für die Rabifrequenz gelten

$$\Omega_R \ll \frac{\hbar}{m} (4q^2 - 2q \ln 4 \sigma_{k_z}). \quad (2.37)$$

Zusammen mit den Überlegungen aus Abschnitt 2.4.1 kann man damit eine Bedingung formulieren, um alle Atome aus der nullten in die erste Beugungsordnung zu transferieren, ohne dabei höhere Beugungsordnungen zu bevölkern. Es folgt dann mit Gl. (2.29) und Gl. (2.36)

$$\frac{\hbar}{m} \left( 4q^2 - 2q \ln 4 \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \right) \gg \Omega_R > 2q \ln 4 \sqrt{\frac{k_B T}{m}}. \quad (2.38)$$

Das ergibt eine Bedingung für die Temperatur

$$T \ll \frac{1}{k_B (\ln 4)^2} \frac{\hbar^2 q^2}{m} = 3,7 \mu\text{K}. \quad (2.39)$$

Für die im Experiment realisierte Temperatur von  $1,5 \mu\text{K}$  ist diese Bedingung nur näherungsweise erfüllt. Es ist jedoch möglich, eine Rabifrequenz zu wählen, bei welcher der ungebeugte Anteil in der nullten Ordnung und die Besetzung in höheren Ordnungen gleichermaßen klein sind und die Messungen insbesondere zum Impulsecho nicht wesentlich beeinträchtigen.

## 2.6 Falleneffekte und Wechselwirkung

In den bisherigen Betrachtungen wurde der Einfluss der Falle vernachlässigt. Im Folgenden soll auf die Grenzen dieser Näherung eingegangen werden. Zwei Effekte lassen sich auf den Einfluss des Fallenpotentials zurückführen.

Auf Grund der hohen Dichte in der Magnetfalle kommt es zu Wechselwirkungen zwischen den Atomen der beiden Beugungsordnungen und zu einer Umverteilung der Impulse. Das harmonische Potential der Falle wiederum bewirkt eine Kopplung zwischen Orts- und Impulskordinaten der Atome. Insbesondere bei Experimenten deren Dauer vergleichbar mit der Fallenperiode ist, kann dieser Einfluss nicht vernachlässigt werden.

### 2.6.1 Braggbeugung mit wechselwirkenden Atomen

Die erste Braggbeugung von ultrakalten Atomen innerhalb einer Magnetfalle wurden mit Bose-Einstein Kondensaten (BECs) durchgeführt [Ste99]. Bei Bosonen ist jedoch zu beachten, dass Atome in den beiden Beugungszuständen miteinander wechselwirken. Die Wechselwirkung erfolgt durch elastische Streuung. Bei einem solchen Stoß wird die Impulsdifferenz der beiden Stoßpartner gleichmäßig zwischen diesen aufgeteilt. Statt zwei Impulsklassen bei  $0\hbar q$  und  $2\hbar q$  entsteht eine kugelförmige Verteilung mit dem Zentrum bei einem Impuls von  $\hbar q$  und einem Radius von  $\hbar q$ .

Interferenzexperimente wie die oben beschriebenen sind daher für Bosonen limitiert durch die wechselwirkungsbedingte Dekohärenz. Solche Experimente werden daher meist in stark verdünnten Wolken durchgeführt, also entweder in sehr weichen Fallen [Gar06] oder während freier Expansion [Sim00]. Eine weitere Möglichkeit die wechselwirkungsbedingte Dekohärenz gering zu halten besteht darin die Streulänge mit Hilfe einer Feshbachresonanz auf möglichst geringe Werte einzustellen [Gus08, Fat08].

Für spinpolarisierte Fermionen existiert dieses Problem nicht, da die Wechselwirkung in den meisten Fällen vernachlässigt werden kann [DeM99a]. Fermionen eignen sich daher besonders für interferometrische Messungen [Roa04]. In den nachfolgenden Abschnitten soll gezeigt werden, dass wechselwirkungsbedingte Effekte dennoch beobachtet werden können und es möglich machen, die Stärke der Wechselwirkung zu bestimmen.

### 2.6.2 Freie Bewegung nach Braggbeugung

Die Atome der ersten Beugungsordnung besitzen einen Anfangsimpuls von  $2\hbar q$ . Werden die Atome nach der Beugung in der Falle belassen, so beginnen sie in deren harmonischem Potential zu oszillieren. Die Atome können sehr lange in der Falle oszillieren. Für Fermionen besteht nahezu keine Wechselwirkung zwischen den Atomen in der nullten und ersten Beugungsordnung, daher kommt es auch nicht zu einer Umverteilung der Impulse. Falls jedoch eine solche Wechselwirkung besteht, z.B. durch Hinzunahme bosonischer Stoßpartner, ist eine rasche Dämpfung der Oszillationen möglich.

Die Bewegung der Atome kann in guter Näherung als harmonisch beschrieben werden

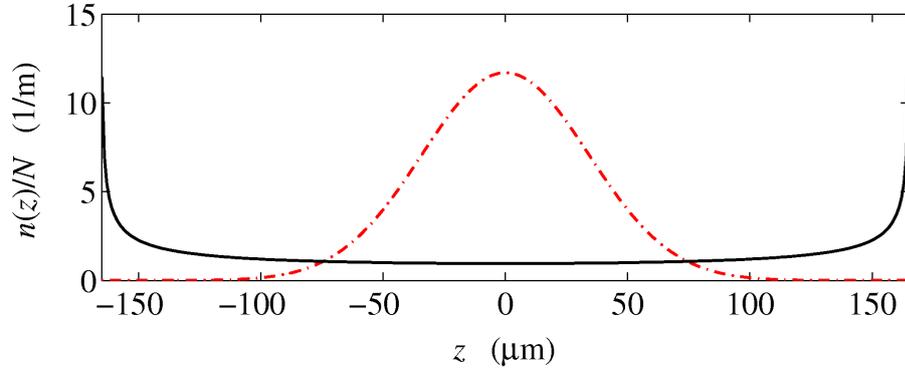
$$z(t) = A \cos(\omega_z t), \quad (2.40)$$

mit der Amplitude  $A$  und der Fallenfrequenz  $\omega_z$ . Die Amplitude ist dabei durch den Anfangsimpuls  $2\hbar q$  gegeben,

$$A = \frac{2\hbar q}{m\omega_z}. \quad (2.41)$$

Bei einer typischen Fallenfrequenz von  $\omega_z = 2\pi \cdot 190$  Hz für Lithium ergibt das eine Auslenkung von  $165 \mu\text{m}$ . Aus der Oszillation der Atome ergibt sich eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit

$$p_z(z) = \left(2\pi A \sqrt{1 - z^2/A^2}\right)^{-1}. \quad (2.42)$$



**Abbildung 2.8:** Aufenthaltswahrscheinlichkeit in einer harmonischen Falle. Die rote (gestrichpunktete) Kurve entspricht einer thermischen Verteilung. Die schwarze (durchgezogene) Kurve beschreibt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines in der Falle oszillierenden Atoms.

Die Oszillation in der Falle kann durch Stöße mit ruhenden Atome rasch gedämpft werden. Im Falle der hier beschriebenen Experimente mit fermionischem Lithium, sind dies entweder Stöße mit ungebeugten Atomen oder Stöße mit Rubidium ( $^{87}\text{Rb}$ ), welches zusätzlich in der Falle ist. Für die theoretische Betrachtung dieser Stöße werden die gebeugten Atome als Spezies 1 und die ruhenden als Spezies 2 bezeichnet. Die Stoßrate lässt sich mit Hilfe des Streuquerschnitts  $\sigma_{\text{sc}}$ , der Relativgeschwindigkeit  $\bar{v}$  und des Überlappintegrals  $n_{1,2}$  zwischen Spezies 1 und 2 berechnen [Gün06]

$$\Gamma_{\text{sc}} = \sigma_{\text{sc}} \bar{v} n_{1,2}. \quad (2.43)$$

Für s-Wellen Stöße zwischen unterscheidbaren Teilchen lässt sich der Streuquerschnitt schreiben als  $\sigma_{\text{sc}} = 4\pi a^2$  mit der s-Wellen Streulänge  $a$ . Die Relativgeschwindigkeit für ein thermisches Gemisch erhält man mit

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_{\text{B}}}{\pi} \left( \frac{T_1}{m_1} + \frac{T_2}{m_2} \right)}. \quad (2.44)$$

Das Überlappintegral wiederum lautet

$$n_{1,2} = \int n_1(\mathbf{r})n_2(\mathbf{r})d^3r. \quad (2.45)$$

Für ein klassisches thermisches Gas ist die Dichte gegeben als

$$n(\mathbf{r}) = \frac{N}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}, \quad (2.46)$$

mit der Breite  $\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_{x,y,z}^2}}$ . Für die oszillierenden Atome muss die z-Komponente in Gl. (2.46) durch Gl. (2.42) ersetzt werden

$$n_{\text{osc}}(\mathbf{r}) = \frac{N}{(2\pi)\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \left(2\pi A\sqrt{1-z^2/A^2}\right)^{-1}. \quad (2.47)$$

Abb. 2.8 zeigt die Verteilungen gemäß Gl. (2.46) (rot, gestrichpunktet), bzw. Gl. (2.47) (schwarz, durchgezogen). Der Überlapp der beiden Verteilungen ist recht gering. Ursache dafür ist die hohe Geschwindigkeit und damit verbunden kurze Verweildauer der oszillierenden Atome im Fallenzentrum. Die Relativgeschwindigkeit entspricht daher der Geschwindigkeit der oszillierenden Atome, also  $\bar{v} = 2\hbar q/m$ . Zu beachten ist noch, dass Gl. (2.43) die gesamte Stoßrate beschreibt. Für die Stoßrate eines einzelnen Atoms gilt dann

$$\gamma_{\text{sc}1} = \Gamma_{\text{sc}}/N_1. \quad (2.48)$$

Daraus lässt sich bei bekannter Stoßrate der Streuquerschnitt der Atome bestimmen, wie in Kapitel 4.6.2 gezeigt wird.

### 2.6.3 Impulsecho mit Falleneffekten

Für die Berechnungen der Phasenentwicklung bei Ramsey und Impulsecho Experimenten wurde bisher der Einfluss der Falle vernachlässigt. Während jedoch die Zeiten für einen Braggpuls kurz gegenüber der Fallenfrequenz sind  $\tau_{\text{Bragg}} \ll 2\pi/\omega_z$ , kann die Wartezeit  $\Delta t$  zwischen zwei Pulsen recht lang werden.

Um den Einfluss der Falle bei Impulsechoexperimenten zu beschreiben, soll daher die zeitliche Entwicklung der Impulse und Orte zwischen zwei Braggbeugungen mitberücksichtigt werden. Die anfängliche Impulsverteilung ist dabei mit Gl. (2.13) gegeben. Die Ortsverteilung soll ebenfalls als thermische Maxwell-Boltzmann Verteilung angenommen werden

$$|\psi(z)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-z^2/2\sigma_z^2}, \quad (2.49)$$

mit der Breite  $\sigma_z = \sqrt{k_B T / m \omega_z^2}$ . Die Bewegung der Atome in der Falle ist in guter Näherung eine harmonische Schwingung und kann in Abhängigkeit des Anfangsimpulses  $k_{z0}$  und des Anfangsortes  $z_0$  beschrieben werden

$$k_z^{(0)}(t) = k_{z0} \cos \omega_z t - \frac{\hbar \omega_z}{m} z_0 \sin \omega_z t \quad (2.50)$$

$$k_z^{(1)}(t) = (k_{z0} + 2q) \cos \omega_z t - \frac{\hbar \omega_z}{m} z_0 \sin \omega_z t, \quad (2.51)$$

wobei  $k_z^{(0)}$  ( $k_z^{(1)}$ ) den Impuls der nullten (ersten) Beugungsordnung beschreibt. In Gl. (2.14) und Gl. (2.19) werden nun die Impulse  $k_z$  und  $k_z + 2q$  durch  $k_z^{(0)}$  und  $k_z^{(1)}$  ersetzt. Die Atomzahlverteilung erhält man dann analog zu Gl. (2.18)

$$n_l(k_z, t) = |\Psi_l(k_z, t)|^2 = \int |\phi(k_{z0})|^2 |\psi(z_0)|^2 |a_{l,k_z}(t)|^2 dz. \quad (2.52)$$

Für die konkrete Berechnung bedeutet dies, dass für verschiedene Orte die Entwicklung der Amplituden gemäß Gl. (2.17) mit den oben beschriebenen modifizierten Hamiltonoperatoren berechnet wird. Die Impulsverteilung für jeden Ort wird nach Gl. (2.13) gewichtet. Zum Schluss werden die Amplituden der verschiedenen Orte gewichtet mit Gl. (2.49) aufsummiert. Die so gewonnene Impulsverteilung berücksichtigt in guter Näherung den Einfluss der Falle auf die Entwicklung der Orts- und Impulskoordinaten der Atome (siehe Kapitel 4.8).

## 2.7 Superradianz

Bei der Braggbeugung werden Atome an einem optischen Gitter gebeugt. Für das optische Gitter werden zwei zueinander verstimimte Laserstrahlen überlagert. Falls die atomare Wolke jedoch mit nur einem Laserstrahl beleuchtet wird, kann es zu einem selbstverstärkten Prozess kommen, bei dem die Atome ebenfalls in einen um  $2\hbar q$  veränderten Impulszustand gebeugt werden. Dieser Prozess wird Superradianz genannt.

Superradianz wurde in einem anderen Kontext zuerst von R.H. Dicke [Dic54] beschrieben. Die erste experimentelle Realisierung von Superradianz, oder vielmehr superradianter Rayleighstreuung in einem ultrakalten Gas gelang 1999 mit einem Natrium BEC [Ino99a].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde versucht, Superradianz mit einem fermionischen Ensemble zu beobachten. Die theoretische Betrachtung dieses Prozesses und die Limitierung, die es verhinderte den Prozess zu beobachten, sollen hier besprochen werden.

### 2.7.1 Theoretische Beschreibung der Superradianz

Es gibt eine Reihe verschiedener, jedoch äquivalenter Bilder, in denen Superradianz beschrieben wird. Zwei davon sollen hier näher betrachtet werden.

### Materiewellengitter

Im ersten Bild [Ino99a] wird davon ausgegangen, dass eine Atomwolke mit  $N_0$  Atomen Licht streut. Die spontane Streuung ist dabei gegeben durch die Rayleigh Streurrate eines einzelnen Atoms

$$R = n_{\text{Ph}} \cdot \sigma_{\text{str}}. \quad (2.53)$$

Dabei ist  $n_{\text{Ph}} = I/E_{\text{Ph}}$  die Flussdichte der Photonen und lässt sich berechnen aus der Intensität  $I$  des Laserstrahls und der Energie  $E_{\text{Ph}} = 2\pi\hbar c/\lambda$  eines Photons. Der Streuquerschnitt wiederum lautet

$$\sigma_{\text{str}} = \frac{3\pi\lambda^2}{2} \cdot \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2}, \quad (2.54)$$

mit der Verstimmung  $\Delta$  des Lasers zu atomaren Resonanz und der Breite der Resonanz  $\Gamma$ .

Die streuenden Atome bilden spontan ein schwaches Dichtegitter aus. Dieses Gitter erfüllt die Braggbedingung für das Laserlicht, sodass weitere Photonen daran gestreut werden, was das Dichtegitter weiter verstärkt. Dieser Prozess führt zu einer gerichteten, verstärkten Streuung von Photonen. Die Verstärkung ist am größten entlang der langen Achse einer Atomwolke, da sich dort das größte Gitter ausbilden kann. Die gestreuten Atome befinden sich damit in einem einheitlichen Impulszustand  $N_1$ . Die Wachstumsrate dieses Zustands ist gegeben mit [Ino99a]

$$\dot{N}_1 = \frac{3}{8\pi} R N_0 \Omega_1 (N_1 + 1) = G(N_1 + 1), \quad (2.55)$$

wobei  $\Omega_1 \simeq \lambda^2/A$  der Winkel ist, für den die Phasenanpassung für konstruktive Interferenz des Dichtegitters erfüllt ist. Dabei bezeichnet  $A$  die Fläche der Atomwolke senkrecht zur Ausbreitung des Dichtegitters, bei zigarrenförmigen Wolken ist dies die radiale Fläche.

### Selbstverstärkte Braggbeugung

In einem anderen Bild [Sch03] wird die Interferenz der gestreuten Photonen mit dem Pumplaser betrachtet. Diese führt zu einem optischen Gitter, an welchem wiederum die Atome gebeugt werden. Die Anzahl der gestreuten Photonen entspricht dabei der Anzahl gestreuter Atome, also  $n_{k-2q} = N_1$ . Der Impuls der Photonen vor und nach der Streuung unterscheidet sich um den doppelten Potonenrückstoß. Daher bilden das gestreute Licht und das Pumplicht ein Bragggitter für die Atome, dessen Tiefe mit der Anzahl gestreuter Photonen zunimmt. Auch hier tritt also ein selbstverstärkender Prozess auf, mit einem Verstärkungsfaktor

$$G = \frac{3}{8\pi} R N_0 \Omega_1. \quad (2.56)$$

### 2.7.2 Verlustfaktor

Bei der Superradianz wird ein Gitter – je nach Bild ein Materiewellengitter oder ein optisches Gitter – in einem selbstverstärkenden Prozess aufgebaut. An diesem Gitter werden Teilchen (Photonen bzw. Atome) gebeugt. Dem wirkt jedoch ein Verschmieren des Gitters entgegen. Dieses Verschmieren hat unterschiedliche Ursachen. Im Falle eines BECs führt die Wechselwirkung zu einer Verschmierung des Gitters [Ino99a]. Bei thermischen Atomen oder Fermionen gibt es einen analogen Prozess auf Grund der endlichen Temperatur der Atome [Ket01].

Im Bild der selbstverstärkten Braggbeugung führt die thermische Verteilung zu einer Verbreiterung der Frequenz des gestreuten Lichts mit

$$\Delta\omega_{\text{str}} = \frac{2\hbar q\sigma_{k_z}}{m}. \quad (2.57)$$

Im Bild des Materiewellengitters führt die Temperatur zu einem reduzierten Gitterkontrast. Die Verschmierung des Materiewellengitters ist hier ebenfalls  $\Delta\omega_{\text{str}}$ . Daraus lässt sich eine Kohärenzzeit ableiten mit

$$\tau_{\text{coh}} = \frac{1}{\Delta\omega_{\text{str}}} = \frac{m}{2\hbar q\sigma_{k_z}}. \quad (2.58)$$

Die Verschmierung des Gitters durch die thermische Verteilung oder die Wechselwirkung der Atome untereinander sind konkurrierende Prozesse, sodass die effektive zeitliche Entwicklung der Atome lautet

$$\dot{N}_1 = (G - L)(N_1 + 1), \quad (2.59)$$

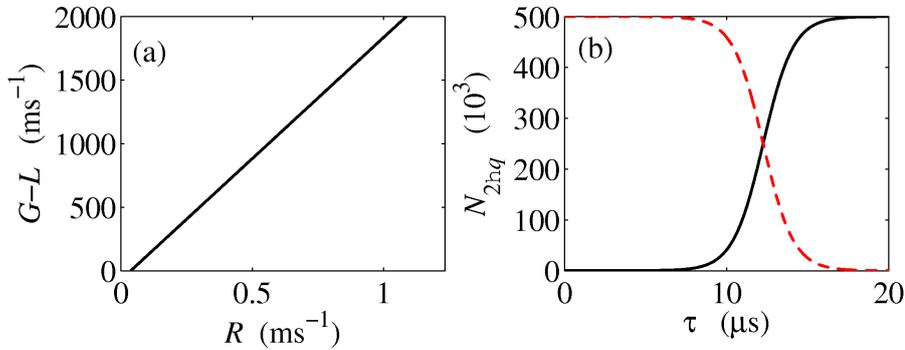
mit dem Verlustfaktor

$$L = 1/\tau_{\text{coh}} = \frac{2\hbar q\sigma_{k_z}}{m} = 2q\sqrt{k_{\text{B}}T/m}. \quad (2.60)$$

Dieser Verlustfaktor gibt an, in welcher Zeit die Kohärenz des Gitters verloren geht.

Damit Superradianz auftritt, muss nun die effektive Verstärkung größer null sein, d.h. der Verstärkungsfaktor  $G$  muss größer als der Verlustfaktor  $L$  sein. Die einzige Größe, die nicht in beiden Faktoren auftritt, ist dabei die Rayleighstreurate, die proportional zur Intensität ist. Trägt man die effektive Verstärkung gegen die Rayleighstreurate auf, so ergibt sich eine Gerade, deren Schnitt mit der x-Achse die minimale Laserleistung für Superradianz angibt. Tatsächlich sollte der Gain für ein Superradianzexperiment jedoch wenigstens einen Wert von mehr als  $100(m\text{s})^{-1}$  erreichen. Damit ist es möglich innerhalb der typischen Dauer eines solchen Experiments von etwas über  $10\ \mu\text{s}$  eine Besetzung von einigen tausend Atomen in der ersten Beugungsordnung zu erhalten. Das Untergrundrauschen der verwendeten Absorptionsabbildung liegt dabei bei einigen hundert Atomen.

In Abb. 2.9 (a) ist eine solche Kurve dargestellt für ein Rubidium BEC von  $5 \cdot 10^5$  Atomen in einer Falle mit Fallenfrequenzen von  $\omega_x = \omega_y = 2\pi \cdot 200$  Hz in radialer Richtung und  $\omega_z = 2\pi \cdot 50$  Hz in axialer Richtung. Teilbild (b) zeigt die zeitliche Entwicklung der atomaren Verteilung bei einem Superradianzexperiment. Dabei wurden Parameter gewählt, die den experimentellen Bedingungen entsprechen. Die Fallenfrequenzen entsprechen der Magnetfalle, in der die evaporative Kühlung der Atome stattfindet. Die Intensität des Laserstrahls beträgt  $I = 5.5$  mW/cm<sup>2</sup> bei einer Verstimmung von 1 GHz zu atomaren Resonanz. Die schwarze (durchgezogene) Kurve zeigt die Zahl der Atome in einem Impulszustand von  $2\hbar q$ , was der ersten Beugungsordnung eines Braggexperiments entspricht. Die rote (gestrichelte) Kurve zeigt die Entwicklung der Atomzahl um  $0\hbar q$ .

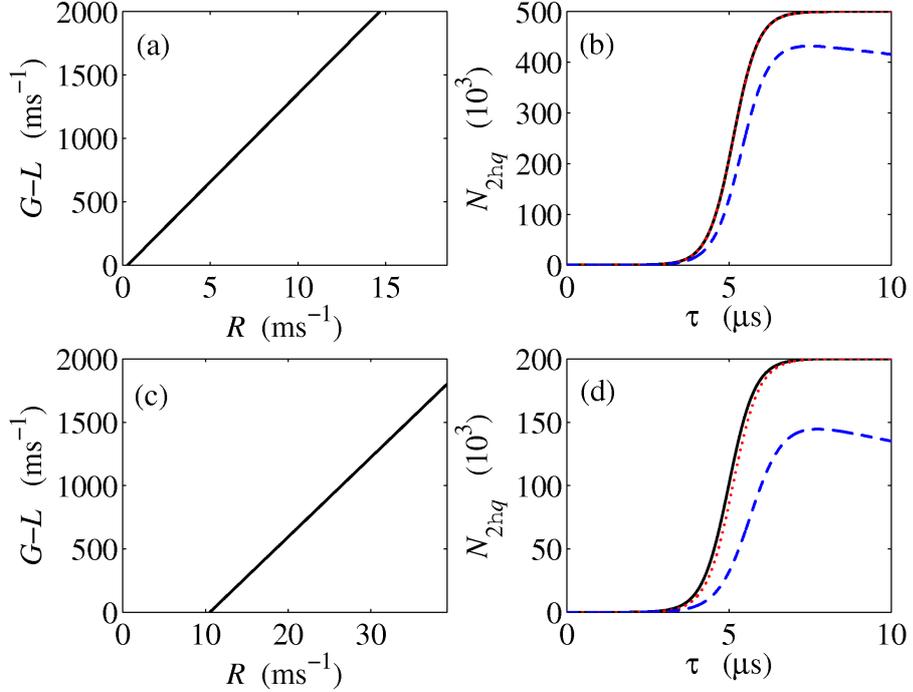


**Abbildung 2.9:** Verstärkung und zeitliche Entwicklung eines Superradianz-experiments für ein BEC. In (a) ist die effektive Verstärkung des Prozesses gegen die Rayleighstreurate eines einzelnen Atoms aufgetragen, Superradianz ist möglich, sobald  $G - L > 0$ . Teilbild (b) zeigt die zeitliche Entwicklung der atomaren Verteilung bei  $I = 5.5$  mW/cm<sup>2</sup> für ein Rubidium BEC von  $5 \cdot 10^5$  Atomen. Dabei zeigt die schwarze (durchgezogene) Kurve die Entwicklung der Atome in der ersten Beugungsordnung ( $2\hbar q$ ) und die rote (gestrichelte) Kurve zeigt die Entwicklung der nullten Ordnung ( $0\hbar q$ ).

Die Form der gewählten Fallengeometrie ist von entscheidender Bedeutung für die Superradianz. In einer Zylinderförmigen Falle mit großem Aspektverhältnis ist die Querschnittsfläche klein und damit  $\Omega_1$  sehr groß, was wiederum einen großen Verstärkungsfaktor zur Folge hat. Für ein geringeres Aspektverhältnis sinkt der Akzeptanzwinkel  $\Omega_1$  und damit der Verstärkungsfaktor quadratisch.

In Abb. 2.10(a) und (b) ist dieser Effekt deutlich zu beobachten. Die für die Simulation verwendeten Parameter entsprechen denen in Abb. 2.9, die Fallenfrequenzen sind hier jedoch  $\omega_x = 47$  Hz,  $\omega_y = 62$  Hz und  $\omega_z = 37$  Hz. Der Einfluss der geringen Fallenfrequenzen tritt in zwei Effekten zu Tage. Auf Grund der geringen Dichte ist die Wechselwirkungsenergie ge-

ring, was einen geringeren Verlustfaktor zur Folge hat. Daher ist der  $x$ -Achsenabschnitt in Abb. 2.10(a) praktisch null.



**Abbildung 2.10:** Superradianz von Fermionen sowie Bosonen in einer Falle mit kleinem Aspektverhältnis. Teilbilder (a) und (b) zeigen die effektive Verstärkung und die zeitliche Entwicklung der atomaren Verteilung für ein Rubidium BEC in einer Falle mit Fallenfrequenzen von  $\omega_x = 47$  Hz,  $\omega_y = 62$  Hz und  $\omega_z = 37$  Hz. Teilbilder (c) und (d) zeigen Superradianz für ein Gas von Lithium Atomen. In (b) und (d) zeigt die schwarze (durchgezogene) Kurve die Superradianz einer Wolke ohne Verlustfaktor, die rote (gepunktete) beinhaltet den Verlustfaktor und die blaue (gestrichelte) zeigt den Verlauf der Atomzahl um  $2\hbar q$  unter Berücksichtigung inkohärenter Streuung. In (b) beträgt die Lichtleistung  $I = 180$  mW/cm<sup>2</sup> in (c) ist sie  $I = 600$  mW/cm<sup>2</sup>.

Das geringe Aspektverhältnis jedoch schlägt sich im deutlich geringeren Gain nieder, weswegen in einer dekomprimierten Falle eine viel größere Lichtleistung (hier  $I = 180$  mW/cm<sup>2</sup>) nötig ist um Superradianz zu beobachten. Bei diesen hohen Leistungen nimmt auch die Zahl der inkohärent gestreuten Photonen stark zu, was in der blauen (gestrichelten) Kurve zu sehen ist, die den Verlust durch inkohärente Streuung berücksichtigt. Dazu wurde in Gl. 2.59 ein zusätzlicher Verlustterm durch inkohärente Streuung eingeführt

$$\dot{N}_1 = (G - L)(N_1 + 1) - RN_1. \quad (2.61)$$

Die schwarze (durchgezogene) und die rote (gepunktete) Kurve zeigen den

Verlauf der reinen Verstärkung, bzw. unter der Einbeziehung des Verlustfaktors  $L$ .

In Abb. 2.10(c) und (d) ist die Möglichkeit einer Superradianz für fermionisches Lithium dargestellt. Auf Grund der geringen Masse und hohen Temperatur dieses Gases verglichen mit den Werten für ein Rubidium BEC ist der Verlustfaktor sehr hoch. Die Atomzahl beträgt in den hier beschriebenen Experimenten ungefähr  $N_0 = 2 \cdot 10^5$ , weswegen der Verstärkungsfaktor ebenfalls recht gering ausfällt. Daher ist Superradianz hier erst für sehr hohe Laserleistungen zu beobachten (hier  $I = 600 \text{ mW/cm}^2$ ). Hier sind die Streuverluste jedoch bereits so groß, dass sie die Superradianz stark beeinträchtigen. Zusätzlich führen diese Verluste zu einem Hintergrund von Atomen, der die tatsächliche Detektion einer Superradianz weiter verschlechtert. Es wurden im Rahmen dieser Dissertation Experimente zur Superradianz von Lithium unternommen, es konnte jedoch keine Superradianz beobachtet werden.



## Kapitel 3

# Braggbeugung mit ultrakaltem Lithium

Im folgenden Kapitel werden Aufbau und Ablauf der durchgeführten Braggexperimente beschrieben. Der Aufbau ist in weiten Teilen identisch mit dem in der Dissertation von Sebastian Günther [Gün06] detailliert dargestellten. Deshalb soll hier nur kurz auf den grundsätzlichen Aufbau eingegangen werden. Lediglich die Veränderungen, die im Verlauf dieser Arbeit vorgenommen wurden werden eingehender beleuchtet.

Zu Beginn dieses Kapitels wird der Ablauf eines typischen Braggexperiments beschrieben. Dabei werden auch die dem eigentlichen Braggexperiment vorgelagerten Schritte erläutert, um dem Leser einen Eindruck des gesamten Experiments zu verschaffen. Die technischen Aufbauten, die für die einzelnen Schritte des Experiments benötigt werden, werden dann in den nachfolgenden Abschnitten behandelt.

### 3.1 Ablauf eines Braggexperiments

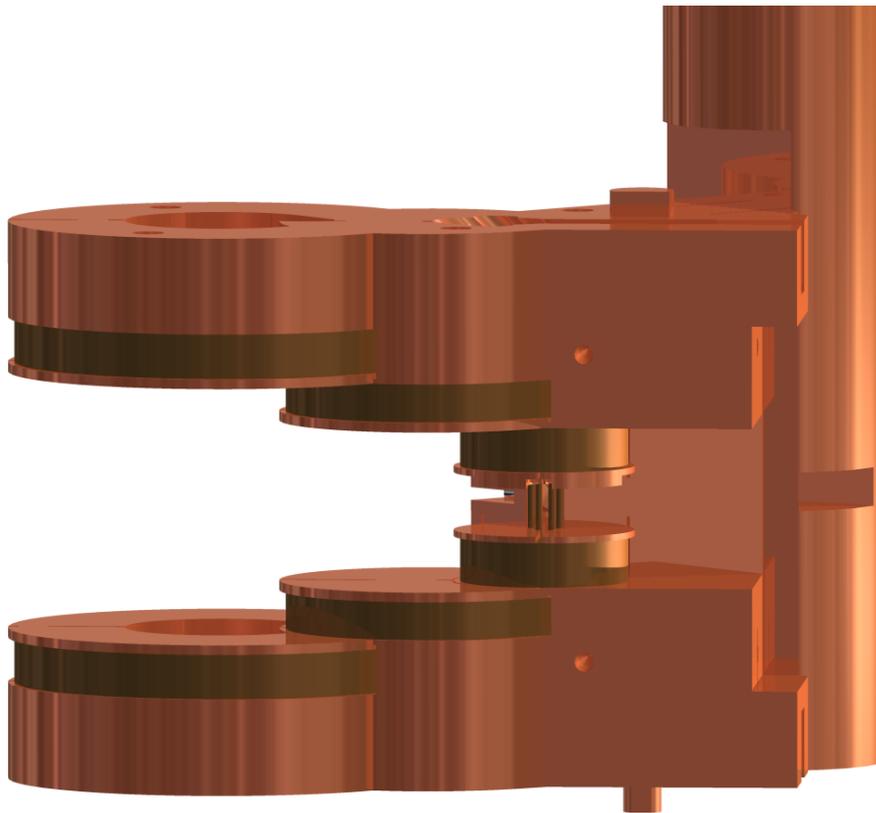
#### 3.1.1 Magnetooptisches Fangen und Kühlen

Der Beginn eines typischen Experiments ist immer das magnetooptische Fangen eines Gemischs aus Lithium ( ${}^6\text{Li}$ ) und Rubidium ( ${}^{87}\text{Rb}$ ). Dabei wird das Rubidium aus zwei kommerziellen Dispensoren (RB/NF/7/25 FT10+10 der Firma SAES Getters) geladen, die im Pulsbetrieb mit 9 A für eine Dauer zwischen 4,5 und 6 s betrieben werden.

Das Lithium wird aus einem Ofen mittels eines Zeeman-Abbremsers geladen. Diese Apparatur ist in der Diplomarbeit von Christian Silber [Sil00] detailliert beschrieben. Der optische Aufbau für die magnetooptische Falle (MOT) ist in [Gün06] beschrieben. Allerdings wurde im Rahmen dieser Arbeit die Lithium-MOT umgebaut. Die Details hierzu sind in Kapitel 3.2 ausgeführt.

Am Ende der MOT-Phase folgt eine 1 ms dauernde Melasse-Phase. Hierbei werden die Magnetfelder der MOT abgeschaltet und die Atome werden durch Polarisationsgradientenkühlen [Dal89] weiter gekühlt. Aufgrund der nicht aufgelösten Hyperfeinstruktur im angeregten Zustand des Lithium ist dieser Kühschritt hier nicht möglich. Die Atome expandieren jedoch mit hoher Geschwindigkeit. Da die Atome im Anschluss in einer magnetischen Falle gefangen werden, ist eine große Ausdehnung der atomaren Wolke gleichbedeutend mit einer hohen Temperatur. Daher wird die Zeit für die Melasse, mit 1 ms recht kurz gewählt, als Kompromiss zwischen effizienter Kühlung des Rubidium und geringer Expansion des Lithium.

Nach der Melasse-Phase werden die Atome optisch in einen magnetisch fangbaren Zustand umgepumpt. Für die Arbeiten im Rahmen dieser Dissertation wurde Rubidium im  $F = 2, m_F = 2$  Zustand und Lithium im  $F = 3/2, m_F = 3/2$  Zustand verwendet.



**Abbildung 3.1:** Aufbau der verwendeten Magnetfalle. Das große Spulenpaar links im Bild sind die MOT-Spulen, darauf folgt ein Paar Transferspulen und schließlich die eigentlichen Fallenspulen. Zusammen mit vier „Ioffe-Drähten“ lässt sich in diesen Spulen eine näherungsweise harmonische Falle erzeugen, in der die Experimente stattfinden.

### 3.1.2 Magnetisches Fangen und Kühlen

Im Anschluss an die MOT wird das atomare Gas in einer rein magnetischen Falle gefangen. Diese wird durch einen Quadrupol in den MOT-Spulen gebildet. In Abb. 3.1 ist der Aufbau der Magnetfeldkomponenten gezeigt. Der Aufbau der Magnetfalle und die genauen Feldverläufe sind in der Dissertation von Christian Silber [Sil05a] detailliert beschrieben. Ganz links im Bild befindet sich das für die MOT benutzte Spulenpaar. Es besitzt einen großen Abstand, um den Einfangbereich der MOT zu maximieren. Nach dem magnetischen Speichern der Atome in den MOT-Spulen werden diese über ein sogenanntes Transferspulenpaar in die für das evaporative Kühlen und die nachfolgenden Experimente verwendeten Fallenspulen transferiert. Der Transfer geschieht, indem die magnetischen Potentiale der einzelnen Spulenpaare adiabatisch ineinander überführt werden und ist in [Sil05a] genau beschrieben. Die Fallenspulen besitzen einen kleinen Abstand, um trotz moderater Ströme von bis zu 10 A große magnetische Gradienten zu erzeugen.

Um Verluste durch Majorana-Spinflips der kalten Atome zu verhindern [Sil05a], werden die Atome in eine Ioffe-Pritchard Falle [Got62, Pri83] umgeladen. Diese Falle besitzt ein Offsetfeld und einen harmonischen Potentialverlauf im Fallenminimum. Das Magnetfeld der Falle wird von den Fallenspulen und vier „Ioffe-Drähten“ gebildet. Diese verlaufen parallel zur Achse der Spulen. Die Fallenparameter der Ioffe-Falle sind

$$\begin{aligned}
 \omega_{x\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 200 \text{ Hz} & \omega_{x\text{Li}} &= 2\pi \cdot 761 \text{ Hz} \\
 \omega_{y\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 206 \text{ Hz} & \omega_{y\text{Li}} &= 2\pi \cdot 784 \text{ Hz} \\
 \omega_{z\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} & \omega_{z\text{Li}} &= 2\pi \cdot 191 \text{ Hz} \\
 \tilde{\omega}_{\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 127 \text{ Hz} & \tilde{\omega}_{\text{Li}} &= 2\pi \cdot 485 \text{ Hz} \\
 B_0 &= 3,5 \text{ G},
 \end{aligned}$$

wobei die mittlere Fallenfrequenz  $\tilde{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}}$  ist. Diese Fallengeometrie wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit als *komprimierte* Falle bezeichnet werden. Das evaporative Kühlen und ein kleiner Teil der Experimente fand in dieser Falle statt, der größte Teil der Experimente wurde jedoch in einer Falle mit geringeren Fallenfrequenzen durchgeführt.

Nachdem die Atomwolke in die komprimierte Falle geladen wurde, werden die Rubidiumatome evaporativ gekühlt. Für den Kühlvorgang werden Hyperfeinübergänge zwischen dem  $|2, 2\rangle$  und dem  $|1, 1\rangle$  Zustand induziert. Dies geschieht, indem Mikrowellen nahe der Hyperfeinaufspaltung von 6,8 GHz eingestrahlt werden. Veränderungen und Details der Mikrowellenkühlung sind in Kapitel 3.3 beschrieben. Lithium kann nicht direkt evaporativ gekühlt werden. Aufgrund des Pauli-Prinzips ist s-Wellen Streuung für Fermionen verboten, höhere Partialwellen tragen auf Grund der niedrigen Temperaturen kaum zum Stoßprozess bei. Daher ist die Thermalisierung von Lithium extrem langsam und ein effizientes Kühlen nicht möglich.

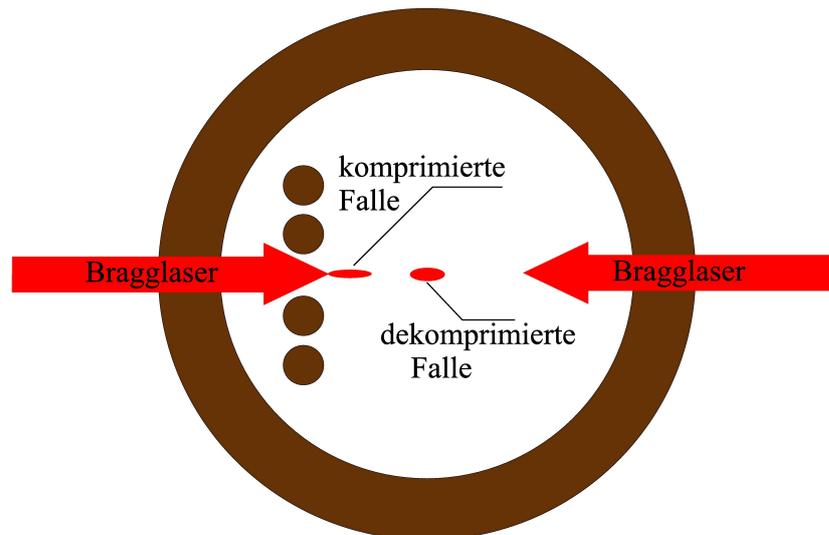
Anstelle einer direkten Kühlung wird Lithium daher sympathetisch gekühlt. Kalte Rubidiumatome dienen dabei als Kühlmittel. Aufgrund der geringen Streulänge von  $a = -20 a_B$  [Sil05b, Li08] ist jedoch auch die Inter-speziesthermalisierung recht langsam, weshalb der Kühlprozess eine Dauer von ca. 30s in Anspruch nimmt. Eine Kühlung des Rubidium allein wäre bereits in 10s möglich. Die Temperaturen der beiden Spezies betragen am Ende des Kühlprozesses

$$\begin{aligned} T_{\text{Rb}} &< 1 \mu\text{K} \\ T_{\text{Li}} &= 1,5 \mu\text{K}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Die unterschiedlichen Temperaturen erklären sich aus der langsamen Thermalisierung des Lithium. Am Ende der Kühlrampe scheint das Lithium dann vom Rubidium abzukoppeln, möglicherweise auch auf Grund der Fermionartung. Typischerweise werden diese Temperaturen mit

$$\begin{aligned} N_{\text{Rb}} &= 3 \cdot 10^6 \\ N_{\text{Li}} &= 2 \cdot 10^5 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Atomen erreicht.



**Abbildung 3.2:** Schematischer Aufbau der Braggexperimente. Dargestellt ist eine der Magnetspulen, sowie die vier Ioffe-Drähte. Je nach Stromkonfiguration in den magnetfelderzeugenden Elementen lassen sich zwei unterschiedliche Fallengeometrien, die im Text beschrieben sind, erzeugen, dabei liegt das Fallenzentrum der komprimierten Falle nahe den Ioffe-Drähten, die dekomprimierte Falle liegt in der Achse der Fallenspulen. Dargestellt ist hier auch die Richtung der Bragglaserstrahlen.

Für viele Experimente werden die Atome nun in eine zweite Fallengeometrie überführt. Diese Falle besitzt geringere Fallenfrequenzen und ist ge-

genüber der zum Kühlen benutzten Falle räumlich versetzt. Die Positionen der beiden Fallen sind in Abb. 3.2 schematisch dargestellt. Die für diese Falle benötigten Ströme und der Transfer in diese Fallengeometrie sind in [Mar08] beschrieben. Die Fallenfrequenzen dieser Falle sind

$$\begin{aligned}
 \omega_{x\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 62 \text{ Hz} & \omega_{x\text{Li}} &= 2\pi \cdot 236 \text{ Hz} \\
 \omega_{y\text{Rb}} &\simeq 2\pi \cdot 47 \text{ Hz} & \omega_{y\text{Li}} &\simeq 2\pi \cdot 180 \text{ Hz} \\
 \omega_{z\text{Rb}} &= 2\pi \cdot 37 \text{ Hz} & \omega_{z\text{Li}} &= 2\pi \cdot 141 \text{ Hz} \\
 \tilde{\omega}_{\text{Rb}} &\simeq 2\pi \cdot 48 \text{ Hz} & \tilde{\omega}_{\text{Li}} &\simeq 2\pi \cdot 181 \text{ Hz} \\
 B_0 &= 19 \text{ G}.
 \end{aligned}$$

Im weiteren Verlauf wird diese Falle als *dekomprimierte* Falle bezeichnet werden. Falls nicht anders erwähnt, wurden die Experimente in dieser dekomprimierten Falle durchgeführt. Aufgrund der geringen Fallenfrequenzen nimmt der Versatz der Atome in der Falle, bedingt durch die Schwerkraft zu. Dieser Versatz ist für Rubidium auf Grund der hohen Masse größer als für Lithium. In der dekomprimierten Falle separieren daher die beiden Spezies. Da Lithium nicht allein thermalisiert, führt das adiabatische Kühlen beim Verändern der Falle zu einer anisotropen Temperatur. Die für die Braggexperimente relevante Temperatur beträgt

$$T_z = 0,9 \mu\text{K}. \quad (3.3)$$

Vor den eigentlichen Braggexperimenten mit Lithium wird das Rubidium mit resonantem Licht beleuchtet und so aus der Falle entfernt. Für die Experimente zur Braggbeugung an Rubidium wurde kein Lithium geladen, der Rest des experimentellen Ablaufs blieb jedoch identisch.

### 3.1.3 Braggbeugung

Für die Braggbeugung wurden zwei antiparallele Laserstrahlen mit der Atomwolke überlagert, wobei die beiden Laserstrahlen relativ zueinander leicht verstimmte waren. In Abb. 3.2 ist dieser Aufbau schematisch dargestellt. Darin sind ebenfalls die beiden verwendeten Fallengeometrien zu erkennen. Die komprimierte Falle besitzt ein Minimum nahe der Ioffe-Drähte, während die dekomprimierte Falle auf der Achse der Fallenspulen liegt. Die Bragg-laser werden nun so überlagert, dass ihre Richtung mit der langen Achse der Fallen übereinstimmt. Diese Richtung wird im Rahmen dieser Arbeit als  $z$ -Richtung bezeichnet werden und zeigt in Abb. 3.2 nach rechts. Die  $y$ -Richtung des verwendeten Koordinatensystems zeigt entgegen der Gravitation, und die  $x$ -Richtung weist entlang der Abbildungsrichtung, also in Abb. 3.2 nach oben.

Je nach Experiment werden die Dauer der Einstrahlung oder die Verstimmung der Laser variiert. In einigen Experimenten werden auch mehrere

Braggpulse mit variabler Wartezeit dazwischen eingestrahlt. Nach den Experimenten werden die Atome noch einige Zeit in den Fallenspulen gespeichert, bevor die Magnetfalle ausgeschaltet wird. Danach expandieren die Atome unter Einfluss der Gravitation und werden nach 1,5 ms (komprimierte Falle), bzw. 2 ms (dekomprimierte Falle) mit einer Absorptionsabbildung detektiert.

Die Verstimmung der Braggglaser wird so gewählt, dass sie der Braggbedingung nach Gl. 2.4 entspricht. Die technische Realisierung hiervon wird in Kapitel 3.8 erläutert.

In manchen Experimenten lag die verwendete Dauer eines Braggpulses unter der vom Steuerrechner realisierbaren. Hierfür wurden elektronische Pulsgeneratoren entwickelt, um auch extrem kurze Pulse exakt zu schalten. Der Aufbau dieser Pulsgeneratoren ist in Anhang B beschrieben.

Die Speicherzeit der Atome nach einem Braggexperiment wurde für die Experimente mit Lithium so gewählt, dass sie etwa einer halben Periodendauer in  $z$ -Richtung der Falle entsprach,  $t_{\text{sp}} = \pi/\omega_{z\text{Li}}$ . Der Grund hierfür liegt in der endlichen Ausschaltzeit der Spulen, in der sich die Atome bereits in der Falle bewegen. Daher ist ein Abbilden der Impulsverteilung direkt nach dem Braggpuls nicht möglich. Stattdessen wurde die Wartezeit so gewählt, dass nach etwa einer halben Fallenperiode Oszillation in der Falle und der gewählten Flugzeit die Auslenkung der gebeugten Atome im Absorptionsbild maximiert wurde. Im Falle der Braggbeugung von Rubidium war dieser Effekt auf Grund der hohen Masse vernachlässigbar, weshalb eine kurze Wartezeit im Bereich einiger zehn  $\mu\text{s}$  gewählt wurde. Die tatsächlich verwendeten Wartezeiten für die Experimente von Lithium wurden experimentell bestimmt und ergaben

$$\begin{aligned} t_{\text{sp, komp}} &= 3,15 \text{ ms} \\ t_{\text{sp, dekomp}} &= 4 \text{ ms} . \end{aligned} \tag{3.4}$$

### 3.1.4 Flugzeit und Abbildung

Die Detektion der atomaren Verteilung erfolgt mit Hilfe einer Absorptionsabbildung, bei der die Atome mit resonantem Licht beleuchtet und der Schattenwurf auf einer CCD-Kamera detektiert wird. Für die Experimente zur Braggbeugung ist dabei lediglich die Impulsverteilung von Interesse. Außerdem ist die Verteilung der Atome in der Magnetfalle auf Grund der geringen Ausdehnung der Atome (einige  $\mu\text{m}$ ) nur schwer aufzulösen. Deshalb wird die Magnetfalle vor der Abbildung ausgeschaltet. Die Atome expandieren dann ballistisch und werden nach einer gewissen Flugzeit (time-of-flight, TOF) abgebildet. Nach langen Flugzeiten ist die Ausdehnung in der Magnetfalle gegenüber der durch die ballistische Expansion vernachlässigbar und die detektierte Verteilung entspricht in guter Näherung der Impulsverteilung der Atome in der Falle. Andererseits führt eine lange Flugzeit auch

zum Ausdünnen der Atomwolke und damit zu einem schlechten Signal-zu-Rausch Verhältnis. Die verwendeten Flugzeiten von  $t_{\text{TOF}} = 1,5 \text{ ms}$  bzw.  $t_{\text{TOF}} = 2 \text{ ms}$  sind daher ein Kompromiss zwischen möglichst hoher Impulsauflösung und gutem Kontrast. Wie sehr die detektierte Verteilung die Impulsverteilung der Atome wiedergibt, lässt sich einfach abschätzen. Dazu vergleicht man die thermische Ausdehnung der Atome in der Falle

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{m\omega_z^2}}, \quad (3.5)$$

mit der Ausdehnung einer punktförmigen Verteilung nach einer Zeit  $t_{\text{TOF}}$  mit der mittleren Geschwindigkeit

$$v_z = \sqrt{\frac{k_{\text{B}}T}{m}}. \quad (3.6)$$

Die Zeit, nach der die beiden Ausdehnungen gleich groß sind, ist damit

$$t_{\text{TOF, eq}} = \sigma_z/v_z = 1/\omega_z. \quad (3.7)$$

Für Lithium liegt diese Zeit bei  $t_{\text{TOF, eq}} = 1,1 \text{ ms}$  in der dekomprimierten ( $800 \mu\text{s}$  in der komprimierten) Falle. Für eine  $2 \text{ ms}$  dauernde ballistische Expansion gibt die Verteilung der Atome im Absorptionsbild also nicht die Impulsverteilung unmittelbar vor Ausschalten der Falle wieder, sondern ist eine Faltung der Orts- und Impulsverteilung.

### Verteilung der Atome nach ballistischer Expansion

Die räumliche Verteilung der Atome nach einer gewissen Wartezeit  $t_{\text{sp}}$  und einer ballistischen Expansion  $t_{\text{TOF}}$  lässt sich ableiten aus der Verteilung in der Falle und der Geschwindigkeit der Atome. Für ein einzelnes Atom ist die Bewegung in der Falle gut mit einer harmonischen Funktion beschrieben

$$z(t) = A \sin(\omega_z t + \varphi). \quad (3.8)$$

Dabei ist der Ort der Atome zum Zeitpunkt  $t = 0$ ,  $z(t = 0) = z_0 = A \sin(\varphi)$  und die Anfangsgeschwindigkeit  $v(t = 0) = v_0 = A\omega_z \cos(\varphi)$ . Die Position eines Atoms nach einem Braggexperiment mit darauf folgender Speicherzeit  $t_{\text{sp}}$  und freier Expansion  $t_{\text{TOF}}$  ist damit

$$\begin{aligned} z_{\text{TOF}} &= z(t_{\text{sp}}) + v(t_{\text{sp}})t_{\text{TOF}} \\ &= A (\sin(\omega_z t_{\text{sp}} + \varphi) + \omega_z t_{\text{TOF}} \cos(\omega_z t_{\text{sp}} + \varphi)). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Für Atome mit  $z_0 = 0$  ergibt sich bei  $t_{\text{TOF}} = 2 \text{ ms}$  eine maximale Amplitude  $z_{\text{TOF, max}}$  für

$$t_{\text{sp}} = \frac{1}{\omega_z} \arctan\left(\frac{1}{\omega_z t_{\text{TOF}}}\right), \quad (3.10)$$

mit  $t_{\text{sp}} = 331 \mu\text{s}$  in der komprimierten Falle und  $t_{\text{sp}} = 581 \mu\text{s}$  in der dekomprimierten Falle. Die experimentell bestimmte Zeit  $t_{\text{sp}}$  entspricht ebenfalls der maximalen Auslenkung der gebeugten ( $\hbar k_z = 0$ ) Atome im Absorptionssbild, allerdings mit einer zusätzlichen Wartezeit die der halben Fallenperiode entspricht. Dies stellt jedoch keine Einschränkung der hier dargestellten Überlegungen dar, da die Verteilung der Atome nach einer halben Fallenperiode lediglich das Vorzeichen ändert.

Die Amplitude ergibt sich dann zu

$$z_{\text{TOF, max}} = A \cdot (\sin(\omega_z t_{\text{sp}}) + \omega_z t_{\text{TOF}} \cos(\omega_z t_{\text{sp}})) = c \cdot A, \quad (3.11)$$

mit  $c = 2.6$  für die komprimierte Falle und  $c = 2$  für die dekomprimierte Falle.

Für diesen Fall lässt sich mit Hilfe von Additionstheoremen Gl. (3.9) vereinfachen zu

$$z_{\text{TOF}} = c \cdot A \cos \varphi = c \cdot v_0 / \omega_z. \quad (3.12)$$

Für die von uns gewählte Speicherzeit nach einem Brappexperiment und die verwendete Flugzeit gibt die räumliche Verteilung der Atome also die Impulsverteilung unmittelbar nach dem Braggpuls wieder, modifiziert um einen konstanten Faktor.

### Absorptionsabbildung

Die Verteilung der Atome wird mit Hilfe einer Absorptionsabbildung detektiert. Dabei werden die Atome mit resonantem Laserlicht beleuchtet. Umbauten und Erweiterungen des Abbildungssystems sind in Kapitel 3.5 und Kapitel 3.4 beschrieben. Der Schattenwurf der Atome wird dann auf einer CCD-Kamera detektiert. Wie in [Gün06] dargelegt, lässt sich aus einer Serie solcher Absorptionssbilder die atomare Dichteverteilung bestimmen. Dazu werden drei Bilder gemacht

$$\begin{array}{ll} I_{\text{Atome}}(y, z) & \text{1. Bild mit Atomen} \\ I_0(y, z) & \text{2. Bild ohne Atome} \\ I_{\text{Leer}}(y, z) & \text{3. Bild Leerbild (kein Licht)} \end{array}$$

Die Säulendichte  $\eta(y, z)$  der Atome kann daraus bestimmt werden mit

$$\eta(y, z) = -\frac{1}{\sigma_{\text{str}}} \ln \left( \frac{I_{\text{Atome}}(y, z) - I_{\text{Leer}}(y, z)}{I_0(y, z) - I_{\text{Leer}}(y, z)} \right). \quad (3.13)$$

Dabei ist der Streuquerschnitt

$$\sigma_{\text{str}} = C^2 \cdot \frac{3\lambda^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2}, \quad (3.14)$$

mit dem Koeffizient  $C^2 = 7/15$  für Rubidium und  $C^2 = 1$  für Lithium. Der Koeffizient ergibt sich aus der Mittelung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

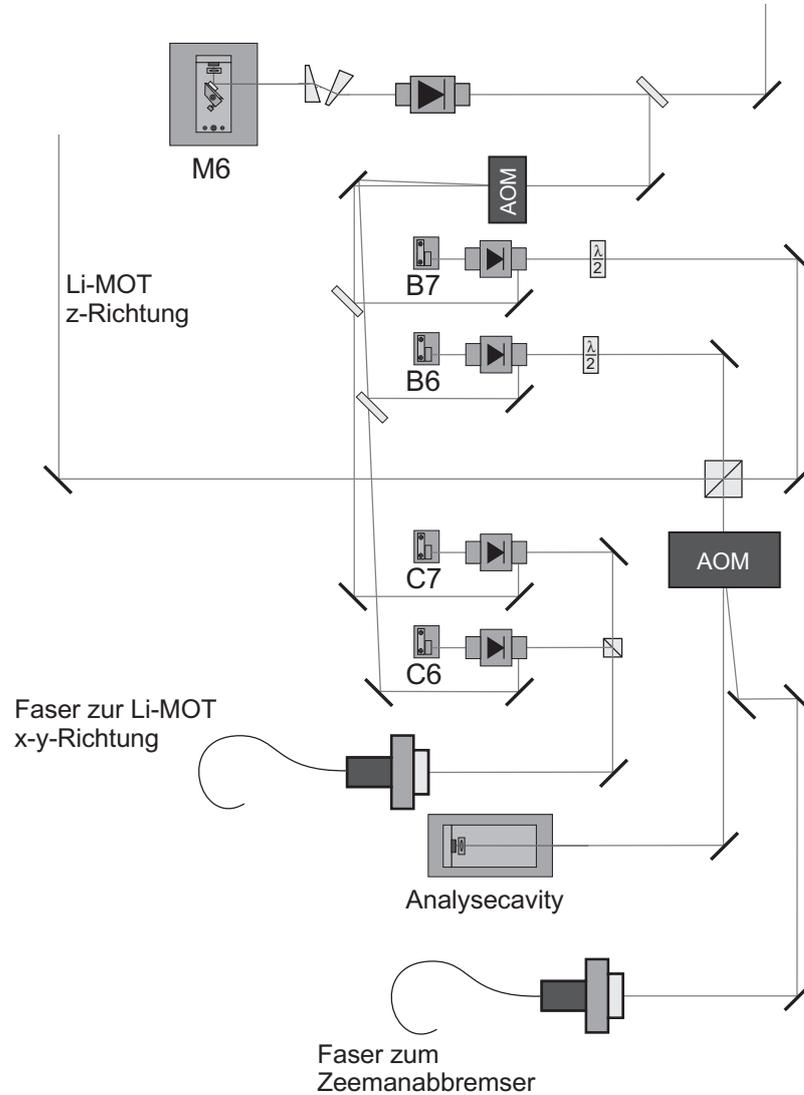
Für Lithium ist diese Berechnung kompliziert durch die nicht aufgelöste Hyperfeinstruktur des angeregten Zustands. Der  $C^2$ -Koeffizient wurde hier mit Hilfe einer Abbildung bei hohem Magnetfeld [Mar08] experimentell bestimmt.

## 3.2 Umbau der Lithium MOT

Für die Arbeiten im Rahmen dieser Dissertation wurden Veränderungen am Aufbau der MOT für das Lithium vorgenommen. Da Lithium verhältnismäßig leicht ist, ist der Einfluss durch Strahlungsdruck sehr stark. Im Falle einer retroreflektierten MOT, wie im ursprünglichen Aufbau [Gün06], führt dies zu einem Versatz der MOT, da die reflektierte Leistung auf Grund von Streuung in der MOT geringer ist. Das magnetische Laden einer solchen, relativ zum Fallenminimum versetzten Wolke führt zum Heizen derselben. Deshalb wurde die Lithium MOT in eine Sechsstahl-MOT umgebaut, bei welcher der Strahlungsdruck jedes einzelnen Laserstrahls unabhängig eingestellt werden kann. Der Aufbau der Lithium MOT ist damit symmetrisch zur Rubidium MOT. Allerdings ist für eine Sechsstahl-MOT eine höhere Laserleistung erforderlich, um einen äquivalenten Strahlungsdruck zu erzeugen.

Um die Leistung der MOT-Strahlen zu erhöhen, wurden am Li-Lasersystem Änderungen vorgenommen, insbesondere wurde die Anzahl der Laser für den Betrieb der MOT verdoppelt. Der aktuelle Aufbau ist in Abb. 3.3 schematisch dargestellt. Die Abbildung zeigt das Master-Slave Lasersystem, welches die für die MOT und den Zeemanabbremser benötigte Leistung zur Verfügung stellt. Die Bezeichnung Master-Slave System rührt daher, dass hier ein (Master-) Laser (M7 in Abb. 3.3) auf die benötigte Frequenz stabilisiert wird. Die Slave-Laser werden dann mit dem Licht des Master-Lasers injiziert und so auf die geeignete Frequenz gezwungen. Der Master-Laser ist dabei auf die Frequenz des Pumplichts stabilisiert. Das Injektionslicht passiert nun einen akustooptischen Modulator (AOM). Dadurch wird ein Teil des Lichts um 228 MHz, die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes verschoben und dient als Rückpumplicht.

Im Gegensatz zum in [Gün06] beschriebenen Aufbau werden hier vier Injektionslaser als MOT-Laser verwendet. Dabei werden die in Abb. 3.3 mit B7 und C7 bezeichneten Slave-Laser auf den Pumpübergang der MOT betrieben, während B6 und C6 als Rückpumpplaser dienen. Die Laser B6 und B7 liefern das Licht für den vertikalen Strahl der MOT und den Zeemanabbremser. Das Licht für den Zeemanabbremser wird dabei noch zusätzlich mit einem AOM um 50 MHz rotverschoben. Die Laser C6 und C7 liefern das Licht für die horizontale Richtung der MOT. Dieser Laser wird nicht wie die anderen Laser durch ein Glasfaserkabel geleitet, sondern auf direktem Weg in die Experimentierkammer geführt. Der Grund dafür liegt in Polarisati-



**Abbildung 3.3:** Schematischer Aufbau der Li-MOT Laser. Der Laser M6 ist ein gitterstabilisierter Diodenlaser und dient als „Masterlaser“ für die eigentlichen MOT-Laser. Die vier MOT-Laser werden durch Injektion mit dem Licht des Masterlasers auf die benötigte Frequenz stabilisiert. B7 und C7 besitzen dabei dieselbe Frequenz wie die des M7 und dienen als Pump-Laser für die MOT. Das Injektionslicht für die beiden Laser B6 und C6 wird mittels eines AOM um 228 MHz verschoben, sodass diese Laser das Rückpumplicht für die MOT liefern. Die Laser B6 und B7 liefern das Licht für den Zeeman Abbremser und den vertikalen Strahl der MOT. C6 und C7 liefern das Licht für die horizontale Richtung der MOT. Dabei werden diese beiden Laserstrahlen direkt in die Vakuumkammer geführt, während die anderen Laser durch Fasern geführt werden.

onsschwankungen der Laserstrahlen nach dem Passieren der Glasfasern. Es zeigt sich, dass die verwendeten Glasfasern, obwohl polarisationserhaltend, auf mechanische Bewegung und thermische Schwankungen mit einer Drehung der Polarisation antworten. Aufgrund des weiteren Aufbaus der MOT, hat dies zur Folge, dass die verschiedenen Laser nicht mehr gleich in die verschiedenen Äste verteilt werden. Der Effekt, eine Verschlechterung der MOT-Ladefähigkeit, ist im Falle der beiden horizontalen Strahlen schwer zu kontrollieren, daher werden diese nicht durch Fasern geführt.

Die Laserdioden der Slavelaser sind vom Typ VPSL-0658-080-H-5-F von der Firma Blue-Sky-Research mit einer spezifizierten Ausgangsleistung von 80 mW und einer freilaufenden Wellenlänge von 658 nm. Analog zum bisherigen Aufbau ist es möglich diese Dioden durch Heizen auf 60° C und mit Hilfe der Injektion auf der gewünschten Wellenlänge von 670 nm zu betreiben. Als Master-Laser dient wie bisher eine CQL-20 Laserdiode in einem gitterstabilisierten Aufbau, die mit einer Schwebungsstabilisierung auf den Referenzlaser stabilisiert wird.

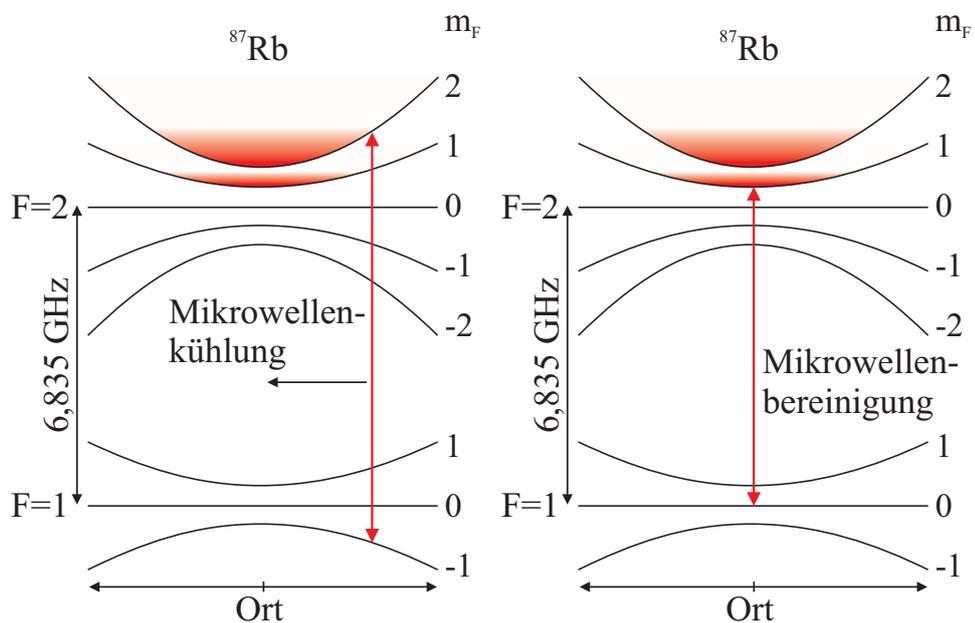
### 3.3 Änderungen beim evaporativen Kühlen

Das evaporative Kühlen des Rubidium geschieht mit Hilfe einer Mikrowellenkopplung zwischen dem gefangenen und einem ungefangenen Zustand. Dazu wird eine Radiofrequenz mit 6,8 GHz nahe der Hyperfeinaufspaltung des Rubidium Grundzustandes eingestrahlt. Diese koppelt den gefangenen Zustand  $|2, 2\rangle$  und den Zustand  $|1, 1\rangle$ , dessen Potential im Magnetfeldminimum ein Maximum besitzt. Atome im  $|1, 1\rangle$  Zustand werden daher aus dem Fallenvolumen herausgetrieben. Je nach Verstimmung der Mikrowelle ist es möglich, Atome bei unterschiedlichen Magnetfeldern zu koppeln. Auf diese Weise werden selektiv heiße Atome bei hohen Magnetfeldern entfernt, was zu einem evaporativen Kühlen führt. In Abb. 3.4(a) ist schematisch die Energie verschiedener Zustände innerhalb der Magnetfalle wiedergegeben. Die Kopplung der Mikrowellenkühlung ist hier als (roter) Doppelpfeil dargestellt.

Abb. 3.4(b) zeigt die Bereinigung von Atomen im  $|2, 1\rangle$  Zustand. Im Verlauf des evaporativen Kühlens wird dieser Zustand kontinuierlich bevölkert. Die Ursache hierfür ist noch nicht vollständig geklärt. Zwei Szenarien können dafür verantwortlich sein. Zum einen können dipolare Relaxationen für diesen Prozess verantwortlich sein. Dies sind inelastische Stöße der  $|2, 2\rangle$  Atome, bei denen Atome im  $|2, 1\rangle$  Zustand entstehen. Dieser Prozess wurde in [Gün06] näher analysiert. Es wäre auch denkbar, dass Atome im  $|1, 1\rangle$  Zustand, wie sie beim evaporativen Kühlen entstehen, einen weiteren Übergang in den  $|2, 1\rangle$  Zustand erfahren. Die resonante Mikrowelle, wie sie in Abb. 3.4(a) dargestellt ist, wäre für höhere Magnetfelder resonant zum Übergang  $|1, 1\rangle - |2, 1\rangle$ . Dieser Prozess wurde in [Haa07] für die Bevölkerung

des  $|2, 1\rangle$  Zustands verantwortlich gemacht.

Für die Kühlung und Bereinigung wurden im Rahmen dieser Arbeit Veränderungen an der Apparatur vorgenommen. Die Radiofrequenz zur evaporativen Kühlung wird, wie in [Gün06] beschrieben, von einem Signalgenerator (SMR20 Rhode&Schwarz) erzeugt. Um die zur Kühlung verwendete Leistung zu erreichen, wird diese Radiofrequenz danach noch mit einem 10 W-Mikrowellenverstärker (AM53-6.6-7-40-40 Microwave Amplifier) verstärkt.



(a) Kühlung des Rubidium  $|2, 2\rangle$  mit einer variablen Mikrowelle resonant zum Übergang  $|2, 2\rangle \leftrightarrow |1, 1\rangle$ . (b) Bereinigung des  $|2, 1\rangle$  Zustandes durch eine feste Mikrowelle resonant zum Übergang  $|2, 1\rangle \leftrightarrow |1, 0\rangle$ .

**Abbildung 3.4:** Kühlschema des Rubidium. Die eigentliche Kühlung geschieht durch Mikrowellenkopplung der heißesten Atome zu einem ungefangenen Zustand. Der Zustand  $|2, 1\rangle$  wird im Verlauf des Experiments kontinuierlich bevölkert und durch eine feste Frequenz, die resonant zum Boden der Falle (für den  $|2, 1\rangle$ ) ist.

Der Grund für die Verwendung eines 10 W Verstärkers, anstelle des bisher verwendeten 2 W Verstärkers, liegt in der Möglichkeit, Zustandstransfers mit hoher Rabifrequenz zu betreiben. Während dies für die Arbeiten im Rahmen dieser Dissertation nicht von Belang ist, spielt ein solcher effizienter Transfer für die Suche von Feshbachresonanzen eine große Rolle. Solche Experimente sind in der Arbeit von Carsten Marzok [Mar08] beschrieben und wurden zeitgleich zu den hier beschriebenen Arbeiten an dieser Apparatur

durchgeführt. Für das evaporative Kühlen beträgt die Ausgangsleistung des Signalgenerators  $-8$  dBm. Die Kühlleistung entspricht damit ca.  $+35$  dBm. Für eine möglichst hohe Rabifrequenz lässt sich die Leistung des Signalgenerators auf bis zu  $-2$  dBm erhöhen, sodass die maximale Ausgangsleistung des Verstärkers erreicht wird.

Für die Bereinigung der  $|2, 1\rangle$  Zustände wird ein VCO (VCO CRM-6835-15P Miteq, Parzich GmbH) bei ebenfalls  $6,8$  GHz benutzt. Für die Verstärkung der Radiofrequenz wird ein  $2$  W Verstärker (AM25-6.3-7.3-30-33) benutzt. Dies ermöglicht eine zeitgleiche Verwendung der Radiofrequenz zur Kühlung und Bereinigung. Die beiden Mikrowellen werden über zwei getrennte Mikrowellenantennen eingestrahlt. Diese Antennen sind in der Diplomarbeit von Tobias Donner [Don04] näher ausgeführt.

### 3.4 Neuer Abbildungsaufbau

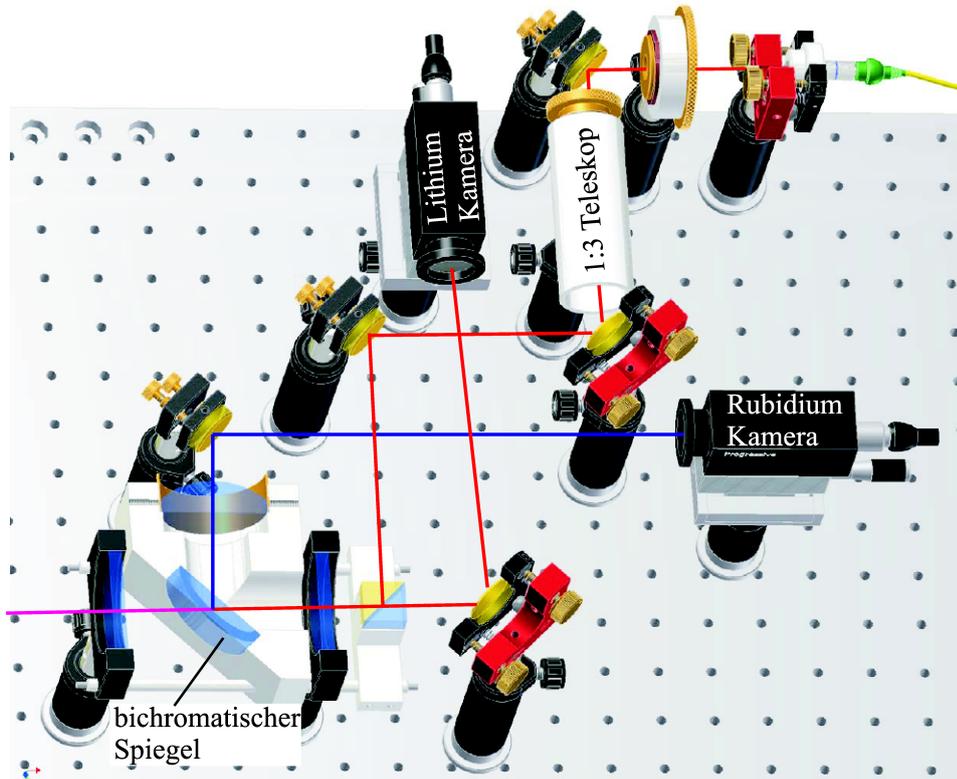
Um einen besseren optischen Zugang zu den Atomen zu ermöglichen, wurde der Abbildungsaufbau verändert. Dazu wurde die Gradiumlinse [Gün06] aus der Kammer entfernt. Der optische Zugang wurde dadurch deutlich verbessert, insbesondere ist es nun möglich, beide Mikrowellenantennen entgegengesetzt zur Abbildung einzustrahlen, ohne Streuverluste an der Kupferhalterung befürchten zu müssen. Außerdem kann entlang dieser Achse ein Dipolfallenstrahl und in zukünftigen Experimenten auch eine Achse eines optischen Gitters geführt werden.

Durch Ausbau der Gradiumlinse konnte die Abbildung zudem vereinfacht aufgebaut werden. Sie besteht jetzt aus einem Teleskop mit zwei  $250$  mm Linsen (PAC088 Newport). Der Abstand zwischen zweiter Linse und Kamera bzw. Ort der Atome und erster Linse beträgt ca.  $250$  mm, der Abstand der beiden Linsen voneinander beträgt  $133$  mm. Damit ist eine nahezu 1:1-Abbildung möglich.

In Abb. 3.5 ist der Aufbau des Abbildungssystems dargestellt. Das Abbildungsteleskop besteht aus drei Linsen und einem bichromatischen Spiegel, welcher selektiv das Rubidiumlicht reflektiert. Damit werden die Lichter für die Rubidium und Lithium Abbildung innerhalb des Teleskops voneinander getrennt. Die beiden Lichter werden dann auf unterschiedliche CCD-Kameras geleitet. Es ist daher eine simultane Abbildung von Lithium und Rubidium möglich. Das für die Abbildung des Lithium benötigte Rückpumplicht wird entgegen der Abbildungsrichtung eingestrahlt. Zur Überlagerung mit dem Abbildungsstrahl dient dabei der Polarisationsstrahlteilerwürfel (PBC) hinter dem Abbildungsteleskop.

Zusätzlich zum Umbau des Abbildungsteleskops wurde die Software für die Experimentsteuerung so verbessert, dass nun zwei getrennte Abbildungszeiten für die beiden Spezies realisierbar sind. Damit ist es möglich die Zeiten für die ballistische Expansion von Lithium und Rubidium optimal anzupas-

sen. Für Lithium liegt die optimale Flugzeit zwischen 1,5 ms und 2 ms, für Rubidium wurde eine Flugzeit von 20 ms gewählt.

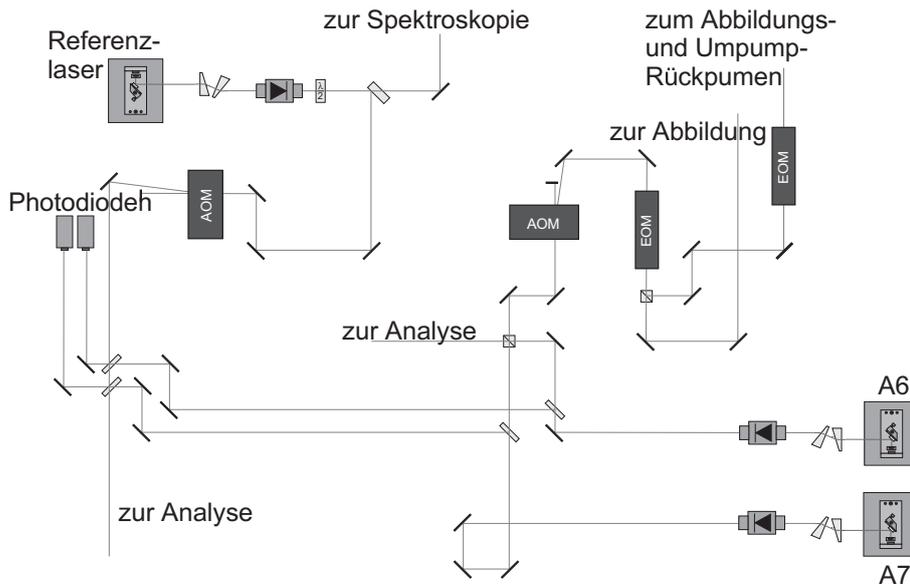


**Abbildung 3.5:** Veränderter Aufbau der Abbildung mit einem 1:1-Abbildungsteleskop (unten links) Der Strahlengang des Rubidium ist blau eingezeichnet, der Strahlengang des Lithium ist rot dargestellt. Dabei wird das Rubidiumlicht nach der ersten Linse an einem bichromatischen Filter reflektiert und passiert die obere Linse, das Lithiumlicht passiert den Filter und verlässt das Teleskop nach rechts. Der Rückpumplaser für die Abbildung des Lithium wird in umgekehrter Richtung zum Abbildungslicht eingestrahlt und am Polarisationsstrahlteiler hinter dem Abbildungsteleskop mit selbigem überlagert.

### 3.5 Erhöhung der Abbildungsleistung

Eine geringe Ausleuchtung der Kamera führt zu einem hohen Untergrundrauschen (Schrotrauschen der Kamera). Um trotzdem ein möglichst hohes Signal- zu Rauschverhältnis zu erhalten, muss die Leistung des Abbildungslichtes hoch genug gewählt werden. Leider war dies im bisherigen Aufbau nicht unbedingt möglich, da die Ausgangsleistung der Lithium Abbildungs-

laser gemeinsam mit den Verlusten an verschiedenen optischen Elementen nicht ausreichte, um die Abbildungskamera in deren voller Bittiefe zu beleuchten. Um dies zu beheben, wurde das Lasersystem der Abbildung leicht modifiziert.



**Abbildung 3.6:** Schematischer Aufbau des Lithium Abbildungslasersystems. Die beiden Abbildungslaser A6 und A7 werden relativ zum Referenzlaser mit Hilfe eines Schwebungslocks stabilisiert. Dabei liegt die Schwebungsfrequenz bei  $\pm 114$  MHz, und der Referenzlaser ist auf den Crossover zwischen den beiden Grundzustandsfrequenzen stabilisiert. Zum schnellen Schalten des Abbildungslichts wird ein AOM benutzt. Dieses verschiebt die Frequenz des Lichts um 100 MHz. Diese Verschiebung wird kompensiert, indem das Licht des Referenzlasers für die Schwebungsstabilisierung ebenfalls um 100 MHz in entgegengesetzter Richtung verschoben wird. Die beiden AOMs werden dazu mit derselben Radiofrequenzquelle gespeist. Zur Aufteilung der Abbildungslaser in die entsprechenden Pfade dienen zwei EOMs.

Wie in [Gün06] beschrieben, wurde das Licht für die Lithiumabbildung bisher mit Hilfe zweier AOMs geschaltet. Um die Frequenz des Lichts nicht zu beeinflussen, wurden diese AOMs mit derselben Radiofrequenz betrieben, wobei jeweils die +erste, bzw. –erste Ordnung für die Abbildung verwendet wurde, sodass sich die Frequenzverschiebung durch die AOMs gegenseitig aufhob. Leider wurde an jedem AOM die Hälfte der Laserleistung eingebüßt. Für eine höhere Laserleistung wurde daher einer der beiden AOMs aus dem Strahlengang des Abbildungssystems entfernt.

In Abb. 3.6 ist der aktuelle Aufbau des Lasersystems für die Abbildung dargestellt. Die Stabilisierung der Frequenz der beiden Abbildungslaser geschieht mittels eines Schwebungslocks. Damit werden beide Laser relativ zum Referenzlaser stabilisiert. Dabei ist der Abbildungslaser A6 um  $-114$  MHz, der Rückpumplaser A7 um  $+114$  MHz verstimmt. Der Referenzlaser selbst wird auf den Crossover zwischen die Übergänge aus den beiden Grundzuständen  $2s^2S_{1/2}^0 F = 3/2$  und  $2s^2S_{1/2}^0 F = 1/2$  und dem angeregten Zustand  $2p^2P_{3/2}^0$  stabilisiert.

Die Frequenzverschiebung durch den zum Schalten verwendeten AOM im Strahlengang der Abbildungslaser wird durch einen weiteren AOM für den Referenzlaser kompensiert. Mit diesem AOM wird das zur Schwebungsstabilisierung verwendete Referenzlicht um genau denselben Betrag verschoben. Zu diesem Zweck werden beide AOMs mit derselben Radiofrequenz betrieben, wobei nur die Frequenz des Abbildungs-AOM geschaltet wird.

Mit diesem veränderten Aufbau war es möglich, die Leistung der Abbildungslaser nahezu zu verdoppeln.

### 3.6 Optischer Zugang der Bragglaser

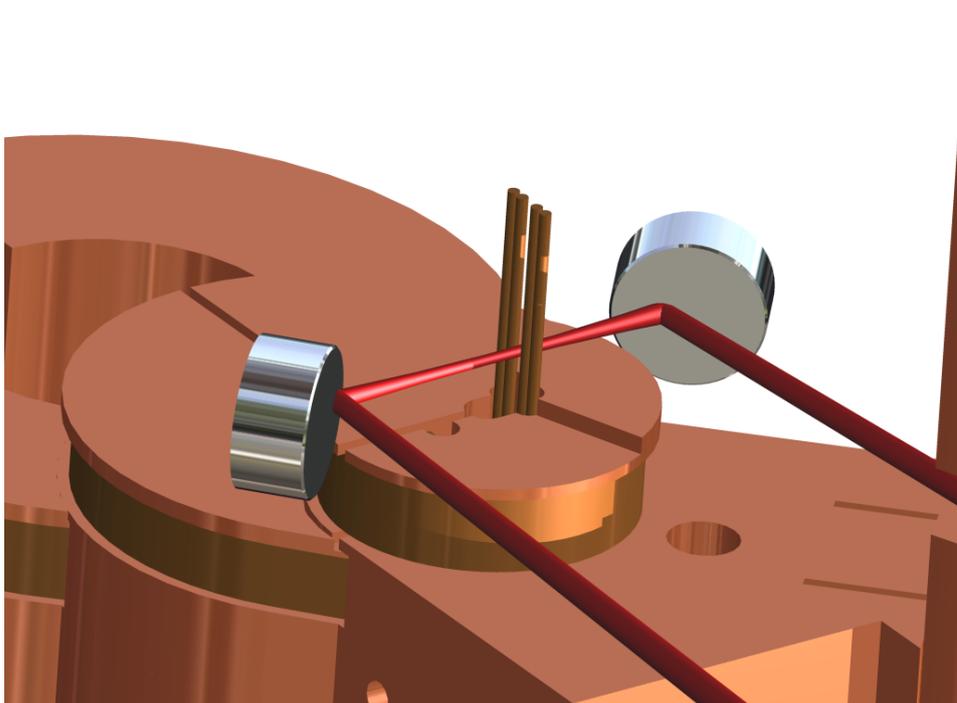
Wie in Kapitel 3.1.3 beschrieben werden die Laserstrahlen für die Braggbeugung entlang der  $z$ -Achse, also der langen Achse der Magnetfalle eingestrahlt. Ein direkter optischer Zugang von außerhalb der Vakuumkammer ist entlang dieser Achse jedoch nicht möglich. Daher werden die Laser über zwei im Vakuum befindliche Spiegel geführt. In Abb. 3.7 ist der Strahlengang innerhalb der Kammer gezeigt. Die beiden Laserstrahlen werden durch das nächste Kammerfenster eingestrahlt und dann mit Hilfe der beiden Spiegel entlang der  $z$ -Achse am Ort der Atome überlagert.

Im Rahmen dieser Dissertation wurden diese Spiegel in die Vakuumapparatur eingebaut. Zusätzlich wurden auch zwei Spiegel eingebaut, welche den optischen Zugang in vertikaler Richtung ( $y$ -Achse) ermöglichen. Damit ist es möglich, einen dreidimensionalen optischen Zugang zu den Atomen zu erhalten, was z.B. für den Aufbau eines optischen Gitters erforderlich wäre. Als Spiegel wurden Breitbandspiegel (E03) der Firma Thorlabs verwendet. Diese besitzen eine Reflektivität von  $> 99\%$  bei Wellenlängen zwischen  $700$  nm– $1150$  nm. Im für Lithium wichtigen Bereich um  $670$  nm besitzen sie (unter  $45^\circ$  Einstrahlung) immer noch eine Reflektivität von  $> 90\%$ .

### 3.7 Verwendete Bragglaser

Für die Experimente zur Braggbeugung wurden zwei verschiedene Diodenlaser verwendet. Die Messungen am Rubidium wurden mit einem gitterstabilisierten Laser des Typs HL7851G der Firma Hitachi durchgeführt. Diese

Dioden haben eine nominelle Ausgangsleistung von 50 mW und werden im gitterstabilisierten Aufbau mit typischerweise ca. 90 mA betrieben.



**Abbildung 3.7:** Optischer Zugang der Bragg-Laser durch die Ioffe-Drähte. Die Laserstrahlen werden durch ein Kammerfenster eingestrahlt. Die weitere Strahlführung erfolgt über einen Spiegel im Vakuum zwischen den Ioffe-Drähten hindurch und über einen zweiten Spiegel wieder aus der Kammer.

Für die Experimente mit Lithium wurde ein Laser des Typs CQL20 verwendet. Dieser Laser ist analog den sonstigen im Lithium verwendeten gitterstabilisierten Lasern.

Die beiden Laser wurden mit Hilfe eines Schwebungslocks auf den jeweiligen Referenzlaser stabilisiert. Die Strahlführung auf dem Experimentiertisch (dem optischen Tisch, auf welchem die Vakuumkammer sitzt) und dem Lasertisch ist getrennt aufgebaut. Die Strahlen werden dabei mit Hilfe eines Glasfaserkabels vom einen zum anderen Tisch geführt. Zum schnellen Schalten der Bragg-Laser werden zwei AOMs benutzt, welche die beiden gegenläufigen Bragg-Laser schalten. Diese AOMs werden außerdem zur Stabilisierung der Braggfrequenz benutzt. Diese Stabilisierung ist in Kapitel 3.8 näher beschrieben. Um das Bragg-Laser vollständig auszuschalten, werden die

Laser zusätzlich mit mechanischen Verschlussblenden geblockt. Diese Blenden werden nur 1 ms vor dem eigentlichen Braggpuls geöffnet und 50 ms danach geschlossen. Da die Radiofrequenz nicht vollständig abgeschaltet werden kann, ist andernfalls immer etwas Licht der Bragg-Laser vorhanden. Dies kann zu Braggbeugung auf sehr langen Zeitskalen oder resonanter Anregung und damit zu Verlusten während des Kühlens führen.

Die Leistung der Braggstrahlen, direkt hinter den AOMs gemessen, lag im Fall von Rubidium im Bereich einiger zehn  $\mu\text{W}$  je Strahl. Der Strahlradius betrug dabei etwa 2 mm. Die Verstimmung der Bragg-Laser relativ zur atomaren Resonanz wurde zwischen 500 MHz und 1 GHz rot zur  $D_2$ -Linie gewählt.

Bei den Lithium Experimenten lag die Leistung der Braggstrahlen bei ca. 500  $\mu\text{W}$  bei variablen Strahlradien zwischen 2 mm bis minimal 300  $\mu\text{m}$ . Die tatsächlichen Intensitäten wurden experimentell aus den gemessenen Rabi-Frequenzen bestimmt und lagen zwischen 14  $\text{mW}/\text{cm}^2$  und 130  $\text{mW}/\text{cm}^2$ . Die Verstimmung des Bragg-Lasers lag bei 1 GHz rot zur  $D_2$ -Linie.

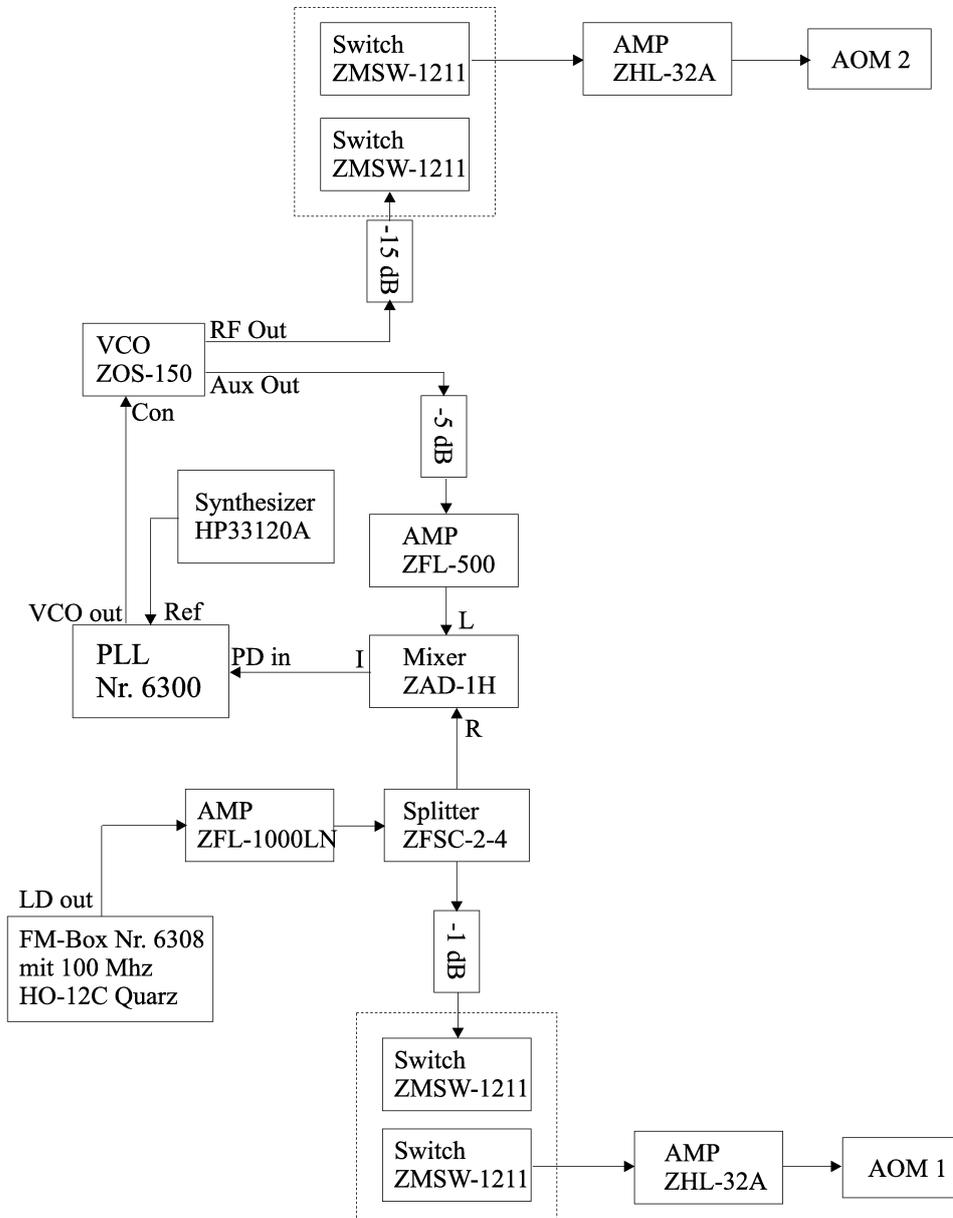
### 3.8 Stabilisierung der Braggfrequenz

Um Braggbeugung von Atomen an einem bewegten optischen Gitter zu beobachten, muss die Differenzfrequenz  $\delta$  der beiden Bragg-Laser der Braggbedingung (2.4) entsprechen. Außerdem sollte die Verstimmung der Laser  $\Delta$  relativ zur atomaren Resonanz so gewählt werden, dass eine resonante Anregung verhindert wird.

#### 3.8.1 Frequenzstabilisierung mit Schwebungslock und AOM

Die Verstimmung  $\Delta$  der Bragg-Laser relativ zur Resonanz eines Atoms wurde in den hier beschriebenen Experimenten mit Hilfe eines Schwebungslocks stabilisiert. Dazu wurde das Licht des jeweiligen Bragg-Lasers und Referenzlaser auf einer schnellen Photodiode (Hamamatsu S2382 Schaltung Nr. 5228) zur Schwebung gebracht. Für die Stabilisierung des Lithium-Bragg-Lasers wurde eine noch schnellere Photodiode mit eingebauter Frequenzteilerschaltung (PSS-AD230-2.3G.TO5 Schaltung Nr. 6122) verwendet. Die Schwebungsfrequenz wurde dann mittels einer digitalen Schaltung (Nr. 6256) auf die gewünschte Verstimmung stabilisiert. Die zur Stabilisierung benützte Schaltung ist in unserem Hause entwickelt worden und in [Don04] näher beschrieben. Die Verstimmung der Bragg-Laser lag damit zwischen 500 MHz und 1 GHz.

Die Stabilisierung der Braggfrequenz  $\delta$  erfolgt mit Hilfe zweier AOMs. Dazu wird der Laserstrahl aufgeteilt und durch die AOMs geführt. Die erste Ordnung der Beugung wird dann als Braggstrahl verwendet. Da beide Braggstrahlen aus demselben Laser stammen, ist die Verstimmung der beiden nur durch den Frequenzunterschied der beiden Treiberfrequenzen für



**Abbildung 3.8:** Schematischer Aufbau der Stabilisierung für die Treiberfrequenz der AOM. Die Frequenz eines VCO (ZOS-150) wird dabei mit der Frequenz eines Festquarzes (HO-12C) gemischt. Die Schwebungsfrequenz wiederum wird mittels eines Phase-Locked-Loops (PLL Nr.6300) auf die gewünschte Braggfrequenz stabilisiert. Diese Frequenz wird mit einem Signalgenerator (HP33120A) vorgegeben. Die Radiofrequenzen der beiden Quellen (Quarz und VCO) werden nur für die Dauer der Braggpulse angeschaltet (Switch ZMSW-1211), weiter verstärkt und auf die beiden AOMs gegeben.

die AOMs bestimmt. Diese werden über eine Schaltung auf die gewünschte Frequenz stabilisiert.

### 3.8.2 Stabilisierung der Radiofrequenz

Die Radiofrequenzen, welche die beiden AOMs treiben, werden durch eine elektronische Schaltung, wie sie in Abb. 3.8 gezeigt ist, stabilisiert. In der Tat ist die absolute Frequenz nicht entscheidend, lediglich die Verstimmung der beiden Radiofrequenzen zueinander bestimmt die Braggfrequenz.

Zu diesem Zweck wird ein spannungsgesteuerter Oszillator (VCO ZOS-150) auf einen Festquarz (HO-12C 100 MHz Schaltung Nr. 6308) stabilisiert. Dazu werden beide Radiofrequenzen auf einen elektronischen Mischer gegeben (ZAD-1H). Das so erhaltene Schwebungssignal wird dann mit einem Phase-Locked-Loop (PLL) abgeglichen. Diese PLL wird in Anhang A im Detail behandelt. Die PLL stabilisiert die Schwebungsfrequenz der beiden Radiofrequenzen auf die Frequenz eines Signalgenerators (HP33120A). Die Verwendung eines Signalgenerators ermöglicht es, auf einfache Weise die Braggfrequenz zu verstimmen.

Die Radiofrequenzen der beiden Quellen werden schließlich mit jeweils zwei Radiofrequenzschaltern (ZMSW-1211) geschaltet. Die schnelle Elektronik ermöglicht dabei Anschaltzeiten der Bragglaser von weniger als 500 ns. Danach werden beide Radiofrequenzen noch einmal verstärkt und auf den jeweiligen AOM gegeben.

Für die Radiofrequenzstabilisierung wurde ein modularer Aufbau verwendet. Alle Elemente konnten so einfach aufgebaut werden und es waren Modifikationen ohne größere Umbauten möglich.

## Kapitel 4

# Braggexperimente mit Bosonen und Fermionen

Die Experimente zur Braggbeugung, die im Rahmen dieser Dissertation gemacht wurden, untergliedern sich in zwei Teile, Braggbeugung an bosonischem Rubidium ( $^{87}\text{Rb}$ ) und fermionischem Lithium ( $^6\text{Li}$ ). Die Messungen an Rubidium geschahen zur Kalibration des Systems und sollen hier in Verbindung mit bereits existierenden Experimenten dargestellt werden, z.B. den grundlegenden Experimenten von Stenger *et al.* [Ste99] und Kozuma *et al.* [Koz99a].

Mit Lithium wurde eine Reihe grundlegender Experimente durchgeführt. Durch Variation der Einstrahldauer konnten Rabi-Oszillationen beobachtet werden. Bei geringen Intensitäten und langen Wechselwirkungszeiten machten sich diese in einer verstimmungsabhängigen Modulation der Impulsverteilung bemerkbar. Eine kurze Einstrahldauer bei hoher Intensität führte zu Kapitza-Dirac Beugung in höhere Ordnungen. Eine Variation der Verstimmung zwischen den beiden Bragglasern machte es möglich, die Impulsverteilung der Atome zu vermessen. Die Oszillation der gebeugten Atome in der Magnetfalle wurde ebenfalls ausgewertet. Durch Analyse der Dämpfung dieser Oszillation konnten das Fallenpotential und die Stoßeigenschaften der Atome untersucht werden.

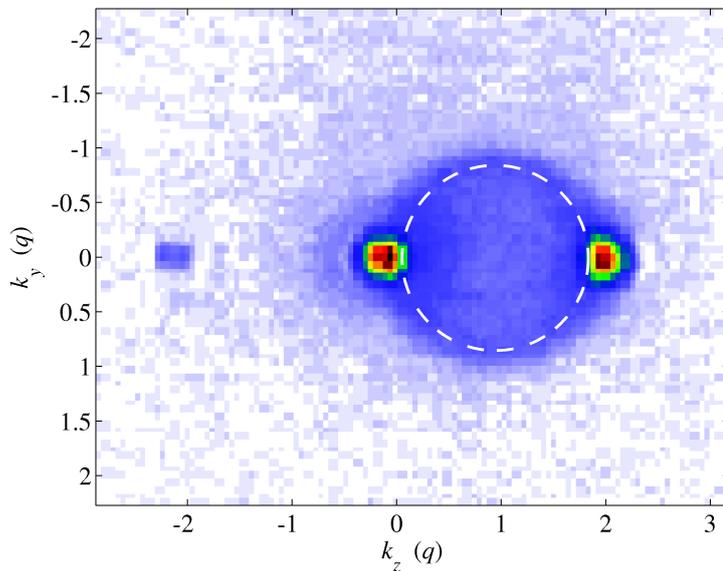
Außerdem war es möglich, die Kohärenz der Zustände zu untersuchen. Dies gelang mit Hilfe eines Ramseyinterferometers, bestehend aus zwei Braggbeugungen und der freien Entwicklung der atomaren Zustände dazwischen. Schließlich war es möglich, Kohärenzzeiten von mehr als  $100\ \mu\text{s}$  mit einer Impulsequenz zu messen. Es wurden des Weiteren Messungen zur Materiewellenverstärkung unternommen.

## 4.1 Braggbeugung von Rubidium

Zunächst wurden bereits bekannte Experimente mit einem Rubidium BEC reproduziert (vergleichbar mit [Tor00]). Die Resonanzbedingung Gl. (2.4) erfordert eine Verstimmung der Bragg-Laser von

$$\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} = 2\pi \cdot 15 \text{ kHz} \quad (4.1)$$

relativ zueinander. Die kleine Verstimmung von nur 15 kHz ist bedingt durch die große Masse des Rubidium. Dies hat zur Folge, dass bereits bei moderaten Laserleistungen das Kapitza-Dirac Regime erreicht wird (vgl. Kapitel 2.5).

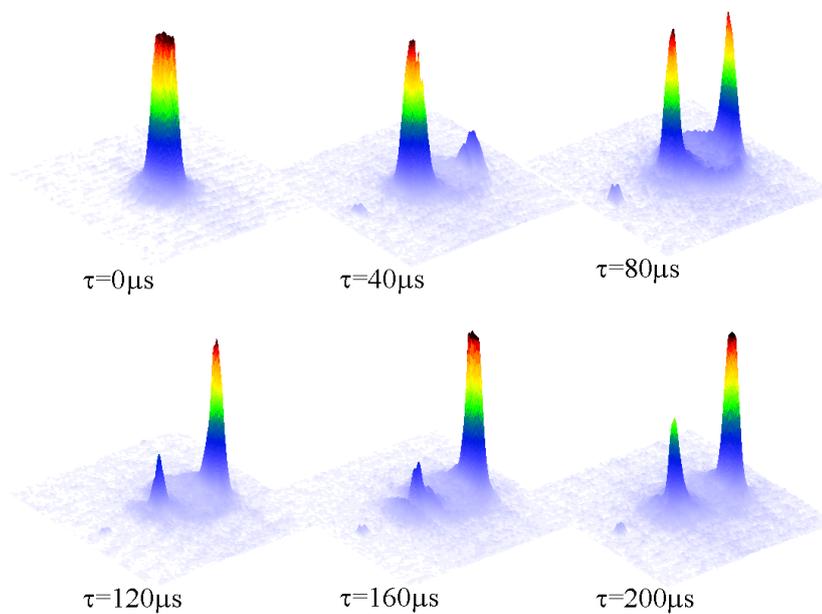


**Abbildung 4.1:** Absorptionsbild der Braggbeugung von Rubidium. Die Braggbeugung erfolgte in der Falle. Nach Ausschalten der Falle expandierte das Gas für 20 ms während eines freien Falls. Zu sehen sind neben dem nullten und ersten Beugungsmaximum auch einige Atome in der minus ersten Ordnung. Außerdem lässt sich ein kreisförmiger Bereich von Atomen zwischen den beiden Hauptmaxima erkennen. Dieses „Halo“ entsteht durch Stöße von Atomen aus der nullten und ersten Beugungsordnung.

In Abb. 4.1 ist eine Braggbeugung an Rubidium dargestellt. Die Beugung selbst erfolgte in der Magnetfalle. Danach wurde die Falle ausgeschaltet und die Atome expandierten ballistisch. Die Flugzeit (time-of-flight, TOF) dieser ballistischen Expansion betrug 20 ms. Da die räumliche Ausdehnung der Atome in der Falle nach dieser Zeit klein ist gegenüber den Strukturen, die sich auf Grund der Geschwindigkeit der Atome ausgebildet haben, stellt ein

solches Absorptionbild den Impuls der Atome in der Falle dar. Zu erkennen sind in Abb. 4.1 Atome bei den Impulsklassen  $0\hbar q$  und  $2\hbar q$ . Dauer des Braggpulses und Leistung der Laser wurden so gewählt, dass die Kopplung einem  $\pi/2$ -Puls entspricht, daher sind in beiden Beugungsordnungen etwa die gleiche Anzahl an Atomen. Atome in den verschiedenen Beugungsordnungen können miteinander stoßen und so den Impuls umverteilen, es entsteht ein kugelförmiges „Halo“ solcher elastisch gestreuter Atome [Chi00]. Die Projektion dieses Halos führt zu den kreisförmig verteilten Atomen mit einem Zentrum bei  $k_z = q$  in Abb. 4.1. Außerdem wurden in diesem Fall auch Atome in die minus erste Beugungsordnung ( $-2\hbar q$ ) gestreut. Dies ist ein Anzeichen dafür, dass die verwendete Laserleistung bereits Kapitza-Dirac Beugung ermöglicht.

#### 4.1.1 Rabioszillationen



**Abbildung 4.2:** Rabioszillationen an Rubidium. Die Absorptionbilder werden dreidimensional dargestellt, um die Atomzahlen besser abschätzen zu können. Zu sehen ist die atomare Verteilung in den beiden Beugungsordnungen je nach Pulsdauer. Außerdem lässt sich das Streuhalo und Atome in der minus ersten Beugungsordnung ausmachen.

Wie in Kapitel 2.3.1 beschrieben, lässt sich die Dauer des Pulses eines Braggpulses gut in Einheiten einer Pulsfläche  $\Phi = \Omega_R \tau$  charakterisieren.

Der Braggpuls stellt dabei eine Kopplung zwischen den beiden Beugungsordnungen dar. Die Population der beiden Impulszustände führt eine Rabioszillation durch und lässt sich beschreiben mit

$$\frac{N_1}{N_0} = \sin^2 \frac{\Phi}{2}. \quad (4.2)$$

Eine solche Rabioszillation ist in Abb. 4.2 dargestellt. Um eine konkretere Vorstellung der atomaren Verteilung zu erhalten, wurde eine dreidimensionale Darstellung benutzt, bei der die Höhe der atomaren Säulendichte entspricht. Die Abbildung zeigt die atomare Verteilung in den beiden Beugungsordnungen je nach Pulsdauer. Eine Gleichverteilung ( $\Phi = \pi/2$ ) entsteht bei etwa  $80 \mu\text{s}$ , der vollständige Transfer in die erste Ordnung dürfte zwischen  $140 \mu\text{s}$  und  $160 \mu\text{s}$  erfolgen. Die Rabifrequenz liegt daher etwa bei  $\Omega_R = 3,2 \text{ kHz}$ .

Gut zu sehen ist auch die Zunahme von Atomen im Streuhalo bis zu einem Maximum bei Gleichverteilung zwischen den Pulsen und darauf folgender Abnahme der gestreuten Atome. Die Ursache dafür ist in der Wahrscheinlichkeit für einen Streuprozess zu finden (vgl. Gl. (2.43))

Die Streuwahrscheinlichkeit ist proportional zum Produkt der Atomzahlen in beiden Beugungsordnungen (vgl. Gl. (2.45)). Die größte Wahrscheinlichkeit für einen Streuprozess erhält man also bei Gleichverteilung der Atome.

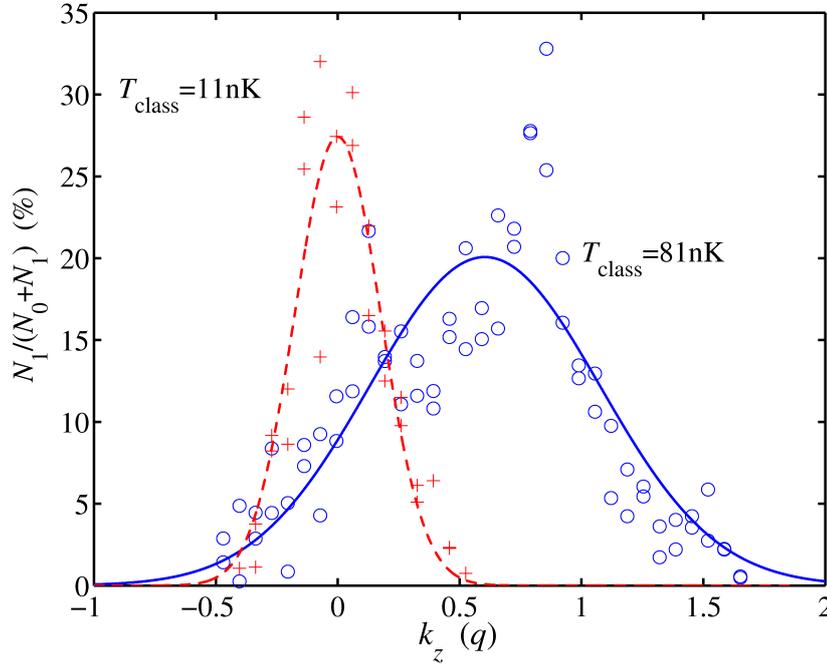
### 4.1.2 Braggpektroskopie

Eine der bedeutenden Anwendungen der Braggbeugung von Atomen an optischen Potentialen ist die Möglichkeit der Spektroskopie. Bereits in den ersten Experimenten zur Braggbeugung an entarteten Gasen [Ste99] wurde dies ausgenutzt. Wie in Kapitel 2.1.1 abgeleitet, ist die Verstimmung  $\delta$  der Bragg Laser proportional zum gebeugten Impuls  $k_z$

$$\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} + \frac{2\hbar k_z q}{m}. \quad (4.3)$$

Wird also für verschiedene Beugungsexperimente die Verstimmung der Laser variiert, so lässt sich daraus die Impulsverteilung der Atome in der Magnetfalle rekonstruieren.

In Abb. 4.3 sind zwei solche Braggpektren dargestellt. Die roten Kreuze entsprechen dem Braggpektrum eines BECs in der dekomprimierten Falle, die blauen Kreise dem eines BECs in der komprimierten Falle. Zur Auswertung wurde eine Normalverteilung an die Daten angepasst. Aus der Breite dieser Verteilung lässt sich die Temperatur eines klassischen Gases mit derselben Verteilung bestimmen. Diese betrug  $T_{\text{dec}} = 11 \text{ nK}$  für die Messung in der dekomprimierten Falle und  $T_{\text{comp}} = 81 \text{ nK}$  in der komprimierten Falle.



**Abbildung 4.3:** Bragg-spektroskopie des Rubidium. Aufgetragen ist der Anteil an gestreuten Atomen, relativ zur Gesamtatomzahl, gegen den jeweiligen Impuls. Die roten Kreuze entsprechen der Spektroskopie eines BECs in der dekomprimierten Falle, die blauen Punkte entsprechen Daten aus der komprimierten Falle. Deutlich zu erkennen ist der mean-field Effekt, der bei der komprimierten Falle ein breiteres Spektrum sowie dessen Verschiebung um  $k_0 = 0,6q$  bewirkt. Die beiden Gaussfits spiegeln die Temperatur eines klassischen Gases mit entsprechender Verteilung.

Die Verschiebung der Verteilung in der komprimierten Falle von  $k_{z0} = 0,6q$  entspricht einer Energie von  $E_{\text{shift}} = \hbar^2 k_{z0}^2 / 2m = k_B \cdot 66 \text{ nK}$ .

In der dekomprimierten Falle ist die Dichte der Atome um einen Faktor 2,5 geringer. Die Wechselwirkung der Atome ist dadurch ebenfalls deutlich geringer als in der komprimierten Falle. Diese Wechselwirkung hat zwei Dinge zur Folge, zum einen hebt es die Energie des Kondensates um das chemische Potential an, bewirkt somit also eine Verschiebung des Spektrums (mean-field shift). Zum anderen bewirkt es eine Verbreiterung des Spektrums. Beide Effekte sind in Abb. 4.3 deutlich zu erkennen. Das chemische Potential lässt sich dabei nach [Dal99] berechnen

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \cdot \left( \frac{15Na}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}, \quad (4.4)$$

mit der mittleren Fallenfrequenz  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ , der Streulänge ( $a = 100 a_B$  für  $^{87}\text{Rb}$ ) und der harmonischen Oszillatorlänge  $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$ , so-

wie der Atomzahl  $N = 5 \cdot 10^5$ . Das chemische Potential des BECs beträgt demnach in der komprimierten Falle  $\mu_{\text{comp}} = k_B \cdot 212 \text{ nK}$  und in der dekomprimierten Falle  $\mu_{\text{dec}} = k_B \cdot 66 \text{ nK}$ , vergleichbar mit den gemessenen Effekten.

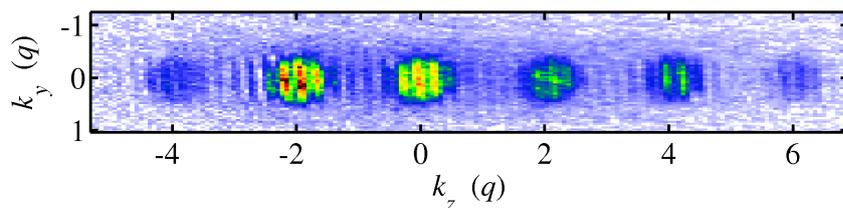
Neben der Wechselwirkung kann auch eine endliche räumliche Ausdehnung des BECs auf Grund der Unschärferelation zu einer Verbreiterung des Spektrums führen. Durch die große Ausdehnung in der  $z$ -Achse spielt dieser Effekt jedoch kaum eine Rolle ( $\Delta k_z < 0,01q$ ).

### 4.1.3 Interferometrie

Neben der Braggpektroskopie stellt die Interferometrie die zweite wichtige Anwendungsmöglichkeit für Braggbeugung von ultrakalten Atomen an optischen Gittern dar [Tor00]. Für diese Experimente wird die Beugung selbst als Strahlteiler verwendet (vgl. Kapitel 2.3).

Nach einer Braggbeugung mit der Pulsfläche  $\Phi = \pi/2$  befinden sich die Atome in einem Überlagerungszustand der unterschiedlichen Beugungsordnungen. Die Phasenentwicklung der verschiedenen Ordnungen differiert jedoch. Bei einer abermaligen Überlagerung kommt es daher zur Ausbildung eines Interferenzmusters.

In Abb. 4.4 ist ein solches Interferogramm gezeigt. Die experimentelle Durchführung war wie folgt: Nach Präparation eines BEC in der komprimierten Falle wurde die Magnetfalle ausgeschaltet und die Atome expandierten während des freien Falls. Danach wurden sukzessive drei Braggpulse eingestrahlt, jeder mit einer Dauer von ca.  $5 \mu\text{s}$ . Die Dauer zwischen den Pulsen betrug  $450 \mu\text{s}$ .



**Abbildung 4.4:** Bragginterferometrie mit Rubidium. Für das Interferometer wurden drei Braggpulse eingestrahlt, jeweils mit einer Wartezeit zwischen den Pulsen. Aufgrund der geringen Pulsdauer ( $5 \mu\text{s}$ ) befindet sich das Experiment im Kapitza-Dirac Regime (vgl. Kapitel 2.5), weshalb mehrere Beugungsordnungen zu beobachten sind. Deutlich zu erkennen sind Interferenzstreifen im Beugungsbild. Diese Streifen entstehen auf Grund der unterschiedlichen Phasenentwicklung der verschiedenen Beugungsordnungen (vgl. 2.3.1).

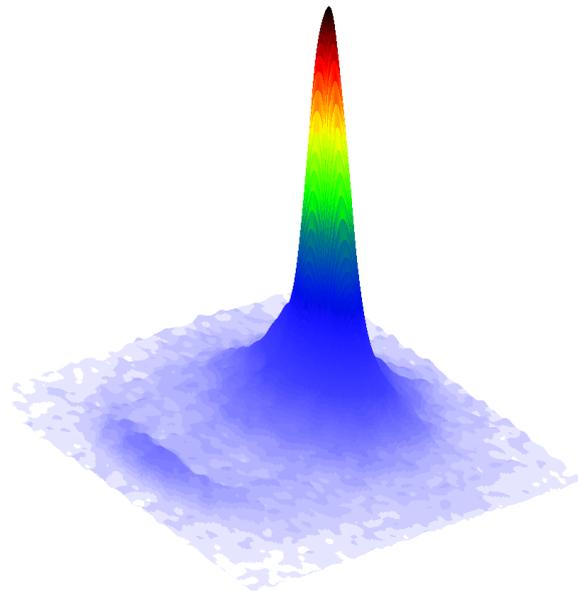
Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt, besteht eine starke Wechselwirkung zwischen den Rubidiumatomen in einer Magnetfalle. Diese

Wechselwirkung zerstört jedoch die atomare Kohärenz. Deshalb werden Interferenzexperimente im allgemeinen in sehr stark verdünnten Fällen [Gar06] oder wie hier, während der ballistischen Expansion durchgeführt [Tor00].

Aufgrund der kurzen, starken Braggpulse erreichte das Experiment das Kapitza-Dirac Regime. In Abb. 4.4 ist dies deutlich an den verschiedenen Beugungsordnungen zu erkennen.

#### 4.1.4 Superradianz

Im Falle der Braggbeugung werden Atome an einem optischen Gitter gebeugt, indem sie Photonen des einen Lichtstrahls in den anderen umstreuen. Falls nur ein Lichtstrahl vorhanden ist, kann ein ähnlicher Effekt auftreten. Spontan gestreute Photonen bewirken eine Dichtemodulation im Gas. Bei geeigneter Geometrie der atomaren Wolke kann dies dazu führen, dass weitere Photonen in dieselbe Richtung gestreut werden und damit wiederum das Dichtegitter verstärken. Man spricht hierbei von Superradianz oder auch Kollektivem atomarem Rückstoß Laser (CARL) [Bon94, Kru03].



**Abbildung 4.5:** Superradianzexperiment mit Rubidium. Aufgrund einer kleinen Verstärkung ist keine deutliche erste Ordnung erkennbar. Die inkohärente Streuung von Photonen resultiert jedoch in einem Halo. Dieses Halo ist keine homogene Kugel mit Zentrum  $k_z = q$ . Vielmehr zeigt sich eine Häufung der Atome bei  $k_z = 2q$ , was auf eine gerichtete Emission hindeutet.

Bei den ersten Experimenten zur Superradianz [Ino99a, Koz99b, Ino99b] wurde ein zigarrenförmiges BEC senkrecht zur langen Achse einem Lichtstrahl ausgesetzt. Die Emission des gebeugten Lichts erfolgte entlang der

langen Achse, sodass zwei erste Beugungsmaxima in einem Winkel von  $45^\circ$  zwischen dem Pumplaserstrahl und der langen Achse des BEC entstanden.

Im hier vorgestellten Experiment wurde der Laserstrahl entlang der langen Achse des BEC eingestrahlt. Das erste Beugungsmaximum wäre entsprechend bei einem Impuls  $\hbar k_z = 2\hbar q$  analog zur Braggbeugung zu erwarten.

Abb. 4.5 zeigt das Resultat eines solchen Experiments. Zu beachten ist, dass die Strahlrichtung des Lichtes eine Umkehrung der Beugungsrichtung bewirkte, weshalb Abb. 4.5 gegenüber Abb. 4.2 verkehrt erscheint. Aufgrund technischer Begrenzung war eine Superradianz nicht zu beobachten. Eine rein inkohärente Streuung hätte jedoch ein Halo analog zu den in Abb. 4.2 beobachtbaren bewirkt. Ein absorbiertes Photon würde einen Impuls von  $\hbar q$  in Richtung des Laserstrahls übertragen, die erneute Emission würde einen weiteren Impulsübertrag von  $\hbar q$  bewirken, dieses Mal jedoch statistisch über einen Raumwinkel von  $4\pi$  verteilt. Das beobachtbare Halo wäre also die Projektion einer homogenen Kugelschale mit Zentrum  $k_z = q$ .

Ein solches Halo ist auch in diesem Experiment zu beobachten, jedoch zeigt sich eine inhomogene Verteilung nahe  $k_z = 2q$ . Dies deutet darauf hin, dass bereits eine verstärkte Emission entlang der Kondensatsachse erfolgte.

Die Beugung von Atomen in die erste Beugungsordnung lässt sich im Falle von Superradianz mit einer einfachen Differentialgleichung [Ino99a] beschreiben

$$\dot{N}_j = (G_j - L_j)N_j, \quad (4.5)$$

dabei ist  $N_j$  die Anzahl der gebeugten Atome und  $L_j$  ist eine Verlustrate, die vor allem daher rührt, dass gestreute Atome die Wolke verlassen und nicht mehr zum Dichtegitter beitragen. Der Verstärkungsfaktor  $G_j$  setzt sich folgendermaßen zusammen

$$G_j = \frac{3}{8\pi} R_{sc} N_0 \Omega_j. \quad (4.6)$$

Hier bezeichnet  $R_{sc}$  die Einphoton-Rayleigh Streurrate,  $N_0$  ist die nicht gestreute Atomzahl und  $\Omega_j$  ist der Raumwinkel für die korrekte Phasenanpassung. Diesen Raumwinkel kann man vereinfacht schreiben als

$$\Omega_j \simeq \lambda^2/A, \quad (4.7)$$

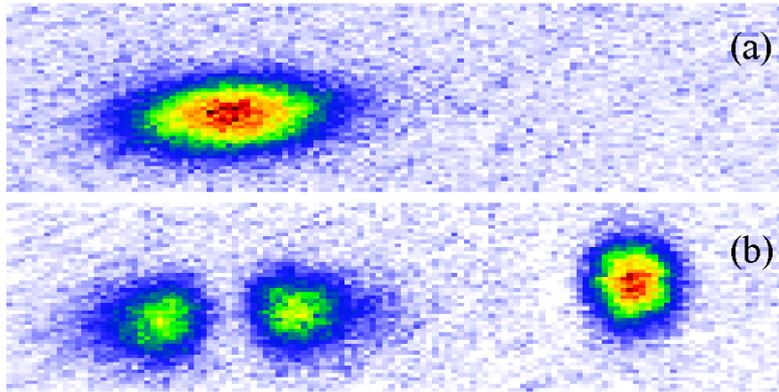
wobei  $\lambda$  die Wellenlänge des Pumplasers, und  $A$  die Querschnittsfläche des Kondensates senkrecht zur Lichtemission ist. Je kleiner diese Fläche und damit je höher das Aspektverhältnis des BEC umso größer der Verstärkungsfaktor. Das Superradianzexperiment von Abb. 4.2 wurde in der dekomprimierten Falle mit einer Querschnittsfläche von  $A = 70 \mu\text{m}^2$  durchgeführt. Bei einer Wiederholung des Experiments in der komprimierten Falle mit einer Querschnittsfläche von  $A = 16 \mu\text{m}^2$  ist ein eindeutiges Superradianzsignal zu erwarten.

## 4.2 Braggbeugung von Lithium

Analog zur Braggbeugung von Rubidium wurden die Experimente zur Braggbeugung von Lithium durchgeführt. Die Verstimmung der Braggglaser betrug hier

$$\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} = 2\pi \cdot 295 \text{ kHz}. \quad (4.8)$$

Dies erlaubte deutlich höhere Rabi-Frequenzen, ohne in das Kapitza-Dirac-Regime zu gelangen. Allerdings war die Temperatur des Lithium mit  $T = 1,5 \mu\text{K}$  recht hoch, sodass nicht für alle Atome eine resonante Braggbedingung herrschte.



**Abbildung 4.6:** Absorptionsbilder der Braggbeugung von Lithium nach einer Flugzeit von 2 ms. Teilbild (a) zeigt eine ungebeugte Lithiumwolke, Teilbild (b) zeigt die Impulsverteilung nach einem Braggpuls mit der Pulsfläche  $\Phi = 0,8\pi$ . Aufgrund der geringen Rabi-Frequenz wird nicht die gesamte Verteilung gebeugt, sondern nur ein kleiner Bereich um den Impuls  $\hbar k_z = 0$ .

In Abb. 4.6 ist eine solche Braggbeugung am Lithium dargestellt. Teilbild (a) zeigt dabei das Absorptionsbild einer ungebeugten Lithiumwolke von  $N = 2 \cdot 10^5$  Atomen. Aufgrund der geringen Masse des Lithium, und der damit verbundenen hohen Geschwindigkeit, entspricht bereits nach einer Flugzeit von 2 ms die Verteilung der Atome in guter Näherung der Impulsverteilung in der Magnetfalle (vgl. Kapitel 3.1.4). Teilbild (b) zeigt die Impulsverteilung der Atome nach einer Braggbeugung. Die Breite der atomaren Verteilung von Atomen in der ersten Beugungsordnung wird durch die Rabi-Frequenz bestimmt. Da die Impulsbreite der atomaren Verteilung,

$$\sigma_{k_z} = \sqrt{mk_{\text{B}}T/\hbar^2} = 0,38 q, \quad (4.9)$$

größer ist als die Breite der Rabifrequenz nach Gl. (2.28)

$$\sigma_{\frac{1}{2}, \Omega_R} = \frac{m\Omega_R}{2\hbar q} = 0,2q, \quad (4.10)$$

wird nur ein Teil der Atome gebeugt. Atome mit hohen Impulsen sind gegenüber der Resonanz um

$$\Delta = \frac{2\hbar k_z q}{m} \quad (4.11)$$

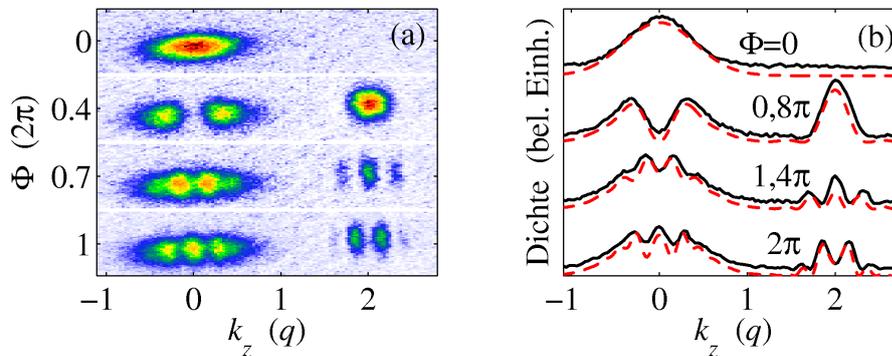
verstimmt und werden deshalb nicht gebeugt.

### 4.3 Rabioszillationen

Der Einfluss der atomaren Verstimmung auf Grund der endlichen Temperatur wird sehr deutlich, wenn die Dauer des Braggpulses variiert wird. Die Atome führen in einem solchen Fall Rabioszillationen zwischen den Impulszuständen  $\hbar k_z = 0$  und  $\hbar k_z = 2\hbar q$  durch. Die effektive Rabifrequenz, die ein Atom erfährt, ist dabei

$$\Omega_{\text{eff}} = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta(k_z)^2}. \quad (4.12)$$

Das bedeutet, dass Atome mit unterschiedlichen Impulsen auf Grund ihrer Verstimmung verschiedene Rabifrequenzen erfahren.

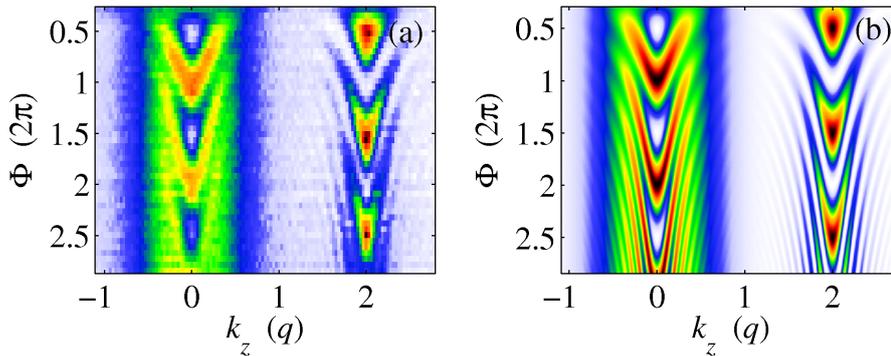


**Abbildung 4.7:** (a) Absorptionbilder einer Rabioszillation der Braggbeugung von Lithium. Die Bilder stellen die Impulsverteilung der Atome in der Falle für verschiedene Pulsflächen  $\Phi = \Omega_R \tau = 0; 0,8\pi; 1,4\pi; 2\pi$  dar. (b) Integration der Absorptionbilder aus (a) entlang der Richtung senkrecht zu  $k_z$ . Die schwarze (durchgezogene) Kurve ist das experimentelle Ergebnis, die rote (gestrichelte) eine Simulation mit Hilfe von Gl. (2.14).

Abb. 4.7 zeigt die experimentelle Realisierung solcher Rabioszillationen, bei einer Rabifrequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot 58$  kHz. Dabei wurde bei einer festen

Verstimmung  $\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} = 2\pi \cdot 295 \text{ kHz}$  der Braggglaser die Dauer der Einstrahlung verändert. In Abb. 4.7(a) sind Absorptionen dieser Rabioszillation gezeigt. Das erste Teilbild zeigt eine ungebeugte Wolke, das zweite die atomare Impulsverteilung nach einer Pulsdauer, die einer Pulsfläche von  $\Phi = \Omega_R \tau = 0,8\pi$  entspricht, also nahezu einem  $\pi$ -Puls. Die weiteren Bilder entsprechen Pulsflächen von  $\Phi = 1,4\pi$  und  $2\pi$ . Beim letzten Bild sind also Atome mit Impuls  $\hbar k_z = 0$  wieder vollständig in die nullte Beugungsordnung zurückbeugt. Einige Atome mit Impulsen ungleich null sind jetzt jedoch gerade so verstimmt, dass sie maximale Beugung in die erste Ordnung erfahren.

Die schwarzen (durchgezogenen) Kurven in Abb. 4.7(b) sind die senkrecht zu  $k_z$  integrierten Bilder aus (a). Die verstimmungsabhängige Beugung ist in der einfachen Theorie aus Kapitel 2.2.1 bereits enthalten. Theoretische Simulationen unter Benutzung dieser Theorie liefern die roten (gestrichelten) Kurven in sehr guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund.



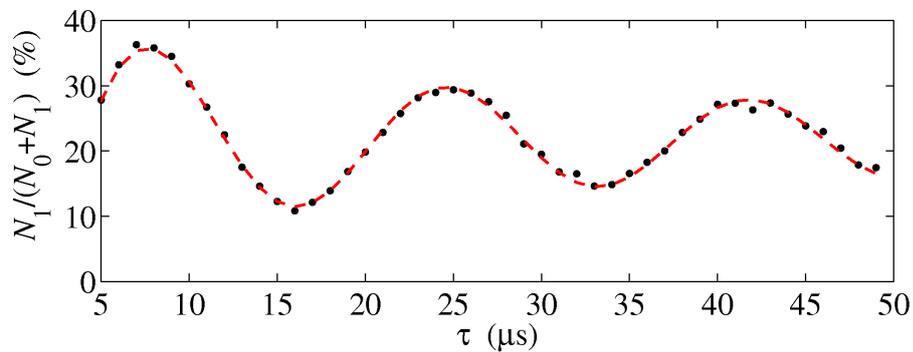
**Abbildung 4.8:** Rabioszillationen von Lithium. Jede Zeile des Plots entspricht einem senkrecht zu  $k_z$  integrierten Absorptionenbild aus Abb. 4.7. Teilbild (a) zeigt die experimentellen Resultate, (b) die theoretischen Simulationen nach Gl. (2.14).

Eine Serie von Rabioszillationsexperimenten ist in Abb. 4.8 dargestellt. Jede Zeile entspricht hier einem Experiment. Dabei wurden die Absorptionen analog zu den Kurven in Abb. 4.7(b) senkrecht zu  $k_z$  aufsummiert. Teilbild (a) zeigt die experimentellen Ergebnisse, Teilbild (b) ist wieder eine theoretische Simulation. Für die Simulation wurde die Rabifrequenz angepasst, um optimale Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie zu erzielen. Eine direkte Bestimmung der Rabifrequenz war nur eingeschränkt möglich, da sowohl Strahlradius als auch Leistung der Laserstrahlen am Ort der Atome nicht beliebig genau bekannt waren. Aus der theoretischen Simulation wurde eine Rabifrequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot 58 \text{ kHz}$  bestimmt. Die sonstigen Parameter, Pulsdauer und Temperatur, entsprechen den experimentellen Parametern der benutzten Pulse und der aus der ballistischen

Expansion bestimmten Temperatur.

### 4.3.1 Rabioszillationen der Gesamtatomzahl

Die Rabioszillationen sind auch in den Populationen der beiden Beugungsordnungen zu beobachten. Als Beispiel hierfür dient Abb. 4.9. Hier werden die Atome in der ersten Beugungsordnung aufsummiert und durch die Gesamtatomzahl dividiert. Das erhaltene Signal ist daher robust gegen Schwankungen der Atomzahl.



**Abbildung 4.9:** Rabioszillationen der Population der ersten Beugungsordnung. Aufgetragen ist die normierte Atomzahl in der ersten Ordnung gegen die Pulsdauer. Die Rabioszillation erreicht eine maximale Amplitude von weniger als 50% und dämpft aus. Der Grund hierfür ist die geringe Rabifrequenz. Sie bewirkt, dass die Pulsfläche für Atome mit verschiedenen Impulsen deutlich variiert. Die schwarzen Punkte sind die experimentellen Ergebnisse, die rote (gestrichelte) Kurve ist eine theoretische Simulation mit denselben Parametern wie in Abb. 4.8.

Wie in Abb. 4.9 zu sehen ist, erreicht die Rabioszillation nur ein Maximum von weniger als 40%. Außerdem dämpft die Oszillation aus. Die Ursache ist auch hier die geringe Rabifrequenz. Die effektiv von den einzelnen Atomen wahrgenommene Pulsfläche variiert stark mit unterschiedlichem Impuls und der damit verbundenen Verstimmung.

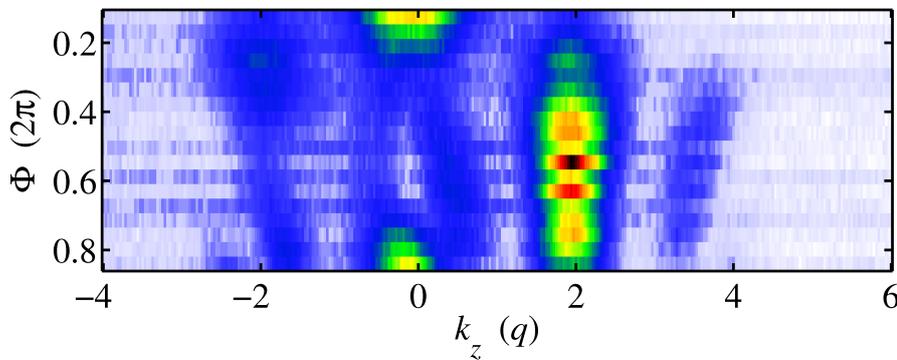
Die schwarzen Punkte in Abb. 4.9 bezeichnen dabei wieder die experimentellen Daten. Die rote (gestrichelte) Kurve ist eine Simulation nach Gl. (2.18).

## 4.4 Beugung im Kapitza-Dirac Regime

Bei höheren Leistungen der Bragg-Laser, d.h. höherer Rabifrequenz, kann der Bereich der Kapitza-Dirac Beugung erreicht werden [Gou86] (vgl. Kapitel 2.5). In diesem Fall werden höhere Beugungsordnungen bevölkert. Ei-

ne solche Beugung ist dann möglich, wenn die Leistungsverbreiterung dieselbe Größenordnung wie die Energiedifferenz zum nächsten benachbarten Beugungszustand besitzt. Bei Leistungen, bei denen diese Bedingung nur näherungsweise erfüllt ist, werden die nächsten Beugungsordnungen nur spärlich bevölkert.

Abb. 4.10 zeigt ein solches Experiment, bei dem Kapitza-Dirac Beugung beobachtet werden konnte. Analog zu Abb. 4.8 ist eine Rabioszillation zu sehen. Die Kopplung besteht hauptsächlich zwischen der nullten und ersten Beugungsordnung. Aufgrund der hohen Rabifrequenz sind jedoch auch Beugungen in die minus erste und zweite Ordnung möglich. Als experimenteller Befund lässt sich dies an den Atomen mit Impulsen  $-2\hbar q$  und  $4\hbar q$  sehen.

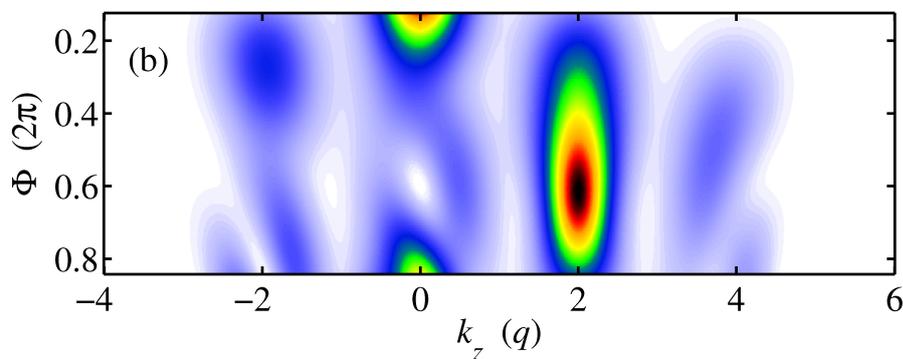


**Abbildung 4.10:** Rabioszillationen von Lithium im Kapitza-Dirac Regime. Aufgrund der hohen Rabifrequenz ( $\Omega_R \simeq 2\pi \cdot 420$  kHz) werden hier vier Beugungsordnungen gekoppelt. Neben der nullten und ersten Beugungsordnung sind hier auch Atome in der minus ersten ( $k_z = -2q$ ) und der zweiten ( $k_z = 4q$ ) zu erkennen. Die Abbildung ist analog zu Abb. 4.8 eine Serie von Absorptionbildern, sodass jede Zeile einem Experiment entspricht.

Für die theoretische Beschreibung der Kapitza-Dirac Beugung muss nun ein Vierniveausystem analysiert werden, wie in Kapitel 2.5 beschrieben. Die Simulation des oben gezeigten Experiments ist in Abb. 4.11 zu sehen. Dabei wurden dieselben Parameter (Temperatur und Pulsdauer) wie im Experiment verwendet und für die Rabifrequenz wurde ein Wert von  $\Omega_R = 2\pi \cdot 420$  kHz benutzt.

Die gute Übereinstimmung zwischen der Simulation in Abb. 4.11 und den experimentellen Ergebnissen in Abb. 4.10 bestätigt die Anwendbarkeit der Theorie.

Rabioszillationen im Zweiniveausystem haben eine symmetrische Struktur, im Gegensatz dazu ist die Kapitza-Dirac Beugung in Abb. 4.10 und Abb. 4.11 asymmetrisch. Dies hat zur Ursache, dass die Beugung in benachbarte Ordnungen von der Form der Dispersionsrelationen nach Gl. (2.34) abhängen. Daher ist die Beugung von der nullten in die minus erste Beu-



**Abbildung 4.11:** Simulation der Rabi-oscillationen von Abb. 4.10. Die Simulation entstand mit Hilfe von Gl. (2.31). Deutlich zu erkennen ist die verstimmungsabhängige Beugung in höhere Ordnungen. Daher ist die Impulsverteilung asymmetrisch, was sich auch in der experimentellen Beobachtung bestätigt.

gungsordnung für Impulse  $\hbar k_z > 0$  und die Beugung von der ersten in die zweite Ordnung für Impulse  $\hbar k_z - 2\hbar q < 0$  begünstigt. Dies führt zu der asymmetrischen Impulsverteilung in Abb. 4.10 und Abb. 4.11

## 4.5 Braggpektroskopie

Braggspektroskopie, also die Vermessung der atomaren Impulsverteilung mit Hilfe der Braggbeugung, ist ein flexibles Werkzeug in der Untersuchung ultrakalter Quantengase geworden. Sehr früh war es damit möglich, den dynamischen Strukturfaktor von BECs zu vermessen [Ste99]. Inzwischen erstreckt sich die Anwendung auf die Vermessung des Anregungsspektrums von stark wechselwirkenden BECs [Pap08] bis hin zu Vorschlägen zur Vermessung des BEC-BCS Übergangs in ultrakalten Fermigasen [Bru06]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals Braggpektroskopie an ultrakalten Fermionen durchgeführt. Die experimentellen Daten ermöglichen es dabei, die Fermientartung direkt aus der Impulsverteilung der Atome abzulesen ähnlich wie dies in [DeM99b] geschah.

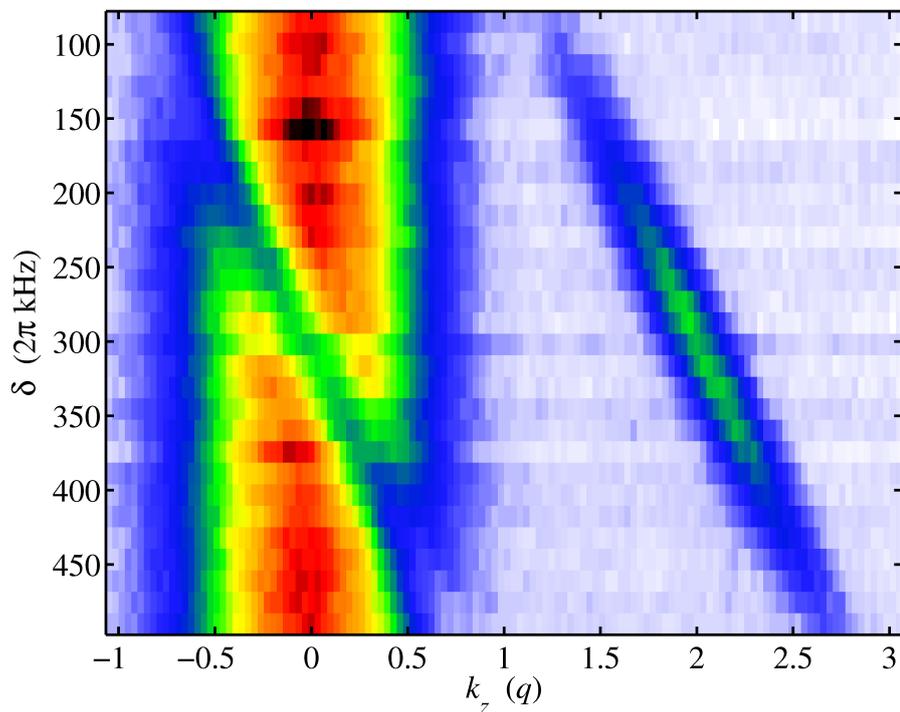
Wie bereits in Kapitel 2.1.1 gezeigt, ergibt sich die Verstimmung der Bragg-Laser mit Gl. (2.8) zu

$$\delta = \omega_{2r} + \Delta = \frac{2\hbar q^2}{m} + \frac{2\hbar k_z q}{m}. \quad (4.13)$$

Dabei bezeichnet die Zweiphotonrückstoßenergie  $\omega_{2r}$  die Resonanzfrequenz von Atomen mit Impuls  $\hbar k_z = 0$ . Die Verstimmung  $\Delta$  relativ zu dieser Resonanz ist proportional zum Impuls  $\hbar k_z$  der Atome.

Die Braggbeugung von Atomen bei variabler Verstimmung der Bragg-Laser ist in Abb. 4.12 zu sehen. Diese Messungen wurden in der komprimier-

ten Falle durchgeführt. Dabei stellt jede Zeile wiederum ein Experiment mit entsprechender Verstimmung dar. Zu sehen ist, dass bei resonanter Verstimmung,  $\delta = 2\pi \cdot 295$  kHz, Atome mit Impuls  $\hbar k_z = 0$ , also aus dem Zentrum der Verteilung herausgebeugt werden. Bei größeren (kleineren) Verstimmungen werden Atome am rechten (linken) Rand der Verteilung gebeugt. Aufgrund der geringen Rabifrequenz ist das Loch, das durch die Beugung entstanden ist, deutlich geringer als die Breite der Verteilung.



**Abbildung 4.12:** Braggbeugung des Lithium mit variabler Braggfrequenz. Deutlich zu sehen ist, dass mit unterschiedlicher Verstimmung der Braggglaser andere Impulsklassen gebeugt werden. Die gebeugten Atome besitzen einen Impuls, der durch den Ursprungsimpuls und den doppelten Photonenimpuls gegeben ist. Der Abstand zwischen den Atomen der ersten Ordnung und dem Loch in der nullten Ordnung entspricht daher immer  $\Delta_{k_z} = 2q$ .

Die Dauer eines Braggpulses  $\tau = 18 \mu\text{s}$  wurde so gewählt, dass die Pulsfläche  $\Phi = \Omega_R \tau \simeq \pi$  einem  $\pi$ -Puls entspricht, das heißt bei gegebener Rabifrequenz maximale Beugung gegeben war. Die Atome der ersten Beugungsordnung und das Loch in der nullten Beugungsordnung haben einen konstanten Abstand, der dem doppelten Photonenimpuls  $2\hbar q$  entspricht.

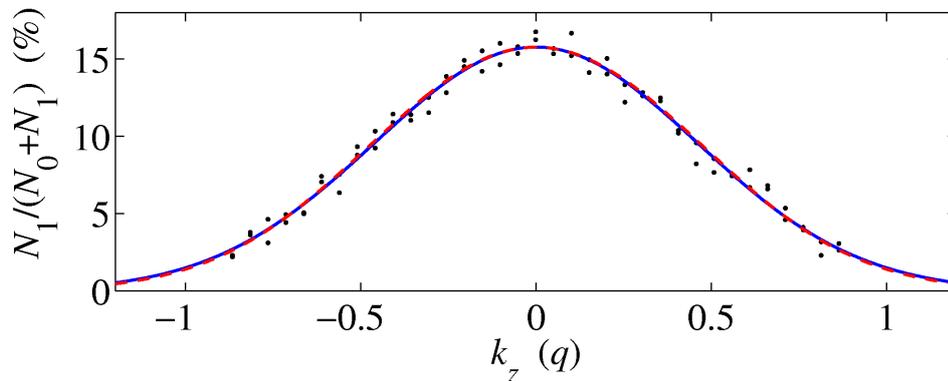
Die Auswertung des Experiments aus Abb. 4.12 ist in Abb. 4.13 dargestellt. Dafür wurde die Atomzahl der ersten Beugungsordnung, normiert auf

die Gesamtatomzahl, aufgetragen gegen den resonanten Impuls

$$k_z = \frac{m\delta}{2\hbar q}. \quad (4.14)$$

Die gewonnene Verteilung entspricht der Impulsverteilung der Atome in der Magnetfalle. An die gewonnenen Daten wurden thermische Verteilungen nach der Maxwell-Boltzmann (MB) Statistik und der Fermi-Dirac (FD) Statistik gefittet. Die beiden Kurven sind in der Abbildung nahezu deckungsgleich, dabei entspricht die blaue (durchgezogene) Kurve einer MB-Verteilung und die rote (gestrichelte) einer Verteilung nach FD-Statistik. Die Impulsverteilung der beiden Statistiken ist in vielen Lehrbüchern sowie in [Gün06] zu finden und wird in Anhang C kurz ausgeführt.

Die Temperaturen, die sich aus den Kurven in Abb. 4.13 ergeben, unterscheiden sich. Für ein klassisches Gas ergibt sich für die Impulsverteilung eine Temperatur von  $T_{\text{MB}} = 1,50 \mu\text{K} \pm 0,15 \mu\text{K}$ . Die FD-Statistik liefert jedoch eine Temperatur von  $T_{\text{FD}} = 1,37 \mu\text{K} \pm 0,18 \mu\text{K}$  bei  $2 \cdot 10^5$  Atomen. Der Unterschied der berechneten Temperaturen zwischen der MB-Statistik und der FD-Statistik erklärt sich aus dem Pauli-Prinzip.



**Abbildung 4.13:** Auswertung der Bragg-spektroskopie am Lithium. Dargestellt ist der Anteil der gebeugten Atome bei einer Verstimmung resonant zu Atomen mit Impuls  $\hbar k_z$ . Jeder Punkt entspricht einer Messung. Die beiden Ausgleichskurven entsprechen einer Maxwell-Boltzmann (MB) Statistik (blau, durchgezogen) und einer Fermi-Dirac (FD) Statistik (rot, gestrichelt). Die beiden Kurven sind nahezu Deckungsgleich, jedoch liefert die MB Statistik eine Temperatur von  $1,5 \mu\text{K}$ , die FD Statistik hingegen eine Temperatur von  $1,4 \mu\text{K}$ , bei einer Fermitemperatur von  $T_F = 2,4 \mu\text{K}$ .

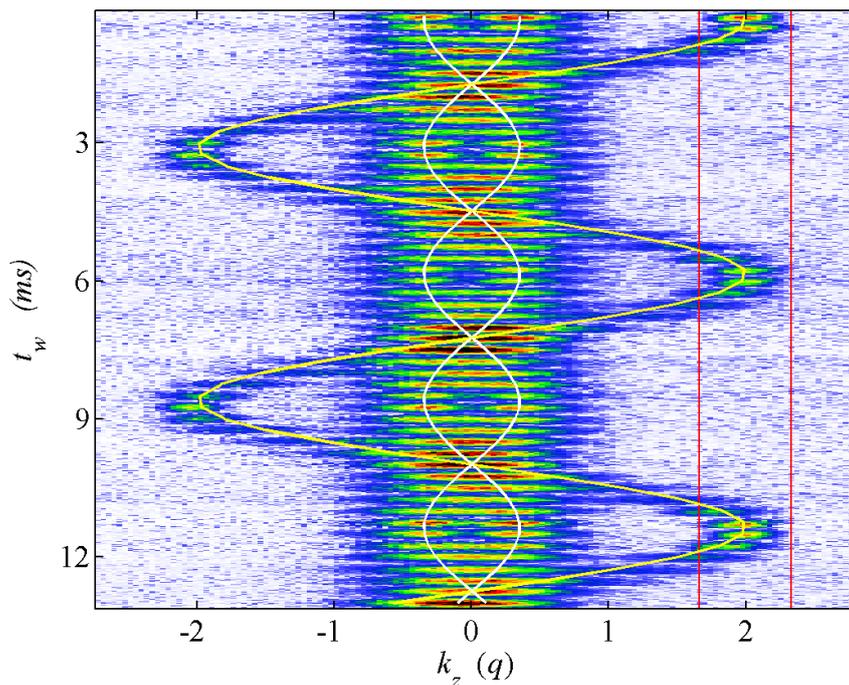
Für das untersuchte System lag die Fermi-Temperatur bei  $T_F = 2,4 \mu\text{K}$ . Unterhalb dieser Temperatur beginnt die Verteilung von Fermionen von der klassischen Teilchen abzuweichen. Aufgrund des Pauli-Prinzips nehmen zwei Fermionen nicht denselben Zustand ein, klassisch wäre eine solche Besetzung

erlaubt. Daher ist die FD-Verteilung bei gleicher Temperatur breiter als eine MB-Verteilung, was zu obigem Effekt führt.

Es ist daher möglich mit Hilfe der Braggpektroskopie den Einfluss der Quantenstatistik von Fermionen auf die Impulsverteilung zu beobachten.

## 4.6 Impulsrephasierung

Werden die Atome nach einem Braggpuls in der Falle gespeichert, so beginnen sie zu oszillieren. Die gebeugten Atome besitzen einen Impuls, der um den doppelten Photonenrückstoß größer ist. Mit dieser Anfangsgeschwindigkeit oszillieren die Atome in der Falle. Die Impulsverteilung der Atome in der nullten Ordnung wiederum besitzt ein Loch, dessen Größe von der Höhe der Rabifrequenz abhängt. Die verbliebenen Atome oszillieren nun ebenfalls um dieses Loch.



**Abbildung 4.14:** Schwingung der Atome in der Falle nach einem Braggpuls. Dabei wurden die Absorptionen verschiedener Messungen untereinander aufgetragen. Die gebeugten Atome haben einen Impuls  $\hbar k_z = 2\hbar q$ . Mit dieser Anfangsamplitude beginnen sie in der Falle zu oszillieren. Die atomare Verteilung der nullten Ordnung besitzt nach der Beugung ein Loch um  $\hbar k_z = 0$ . Die verbleibenden Atome oszillieren nun ebenfalls um dieses Loch. Die Kurven sind ebenfalls um dieses Loch. Die roten Balken markieren den Auswertungsbereich nach Kapitel 4.6.2.

Im hier vorgestellten Experiment wurde diese Oszillation näher untersucht. Dabei wurde ein Braggpuls der Dauer  $\tau = 8 \mu\text{s}$  eingestrahlt, wobei die Pulsfläche für diesen Puls  $\Phi = \Omega_R \tau \simeq \pi$  etwa einem  $\pi$ -Puls entsprach. Danach wurden die Lithium Atome noch für eine variable Zeit in der Falle gespeichert. Um auch Wechselwirkung mit dem Rubidium untersuchen zu können, erfolgte dieses Experiment in der komprimierten Falle, die auch zum Kühlen verwendet wurde. Dann erfolgte eine freie Expansion während einer 2 ms dauernden Flugzeit, bevor die Atome mit einer Absorptionsabbildung detektiert wurden. Die atomare Verteilung dieser Bilder entspricht der Impulsverteilung vor Ausschalten der Magnetfalle. Abb. 4.14 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung. Die gebeugten Atome oszillieren mit großer Amplitude, die ungebeugten mit einer Amplitude, die der thermischen Ausdehnung der ursprünglichen Verteilung entspricht.

Zweierlei Dinge konnten mit diesem Experiment untersucht werden. Zum einen wurde ausgenutzt, dass die beiden beobachtbaren Oszillationen unterschiedliche Amplituden aufweisen. In einer rein harmonischen Falle sollte die Schwingungsdauer unabhängig von der Amplitude der Oszillation bleiben. Die Anharmonizität der verwendeten Magnetfalle führt jedoch zu einer Verschiebung der Schwingungen und konnte so detektiert werden.

Zum anderen gibt es wenig Mechanismen, die in einem solchen System dämpfend wirken. Der größte Anteil der Dämpfung rührt von Stößen zwischen Atomen der nullten und ersten Beugungsordnung her, bei denen der Impuls umverteilt wird. Aus der Dämpfung der Oszillationen lässt sich daher die Stoßwahrscheinlichkeit und damit der Streuquerschnitt für eine solche Streuung bestimmen.

#### 4.6.1 Fallenanharmonizität

Betrachtet man sich die Schwingung der Atome in beiden Beugungsordnungen in Abb. 4.14, ist zu sehen, dass beide Schwingungen synchron verlaufen. Für sehr lange Wartezeiten, also viele Schwingungen, ist dies nicht mehr gegeben. In Abb 4.15 lässt sich sehen, dass bereits nach  $t_w = 200 \text{ ms}$  Wartezeit die Schwingung der nullten Ordnung der der ersten Ordnung vorausseilt. Der Grund hierfür ist die Anharmonizität der verwendeten Magnetfalle.

Die in diesem Experiment verwendete Magnetfalle ist in [Sil05a] detailliert beschrieben. Das Potential der Falle setzt sich zusammen aus dem Quadrupolfeld zweier Spulen in Antihelmholtz Konfiguration und dem Magnetfeld von vier „Ioffe-Drähten“. Dieses Magnetfeld lässt sich gut beschreiben mit einem exponentiellen Ansatz, mit der Magnetfeldkrümmung  $\beta$ , einem Gradienten  $\alpha$  und dem Offsetfeld  $B_0$  [Sil05a]

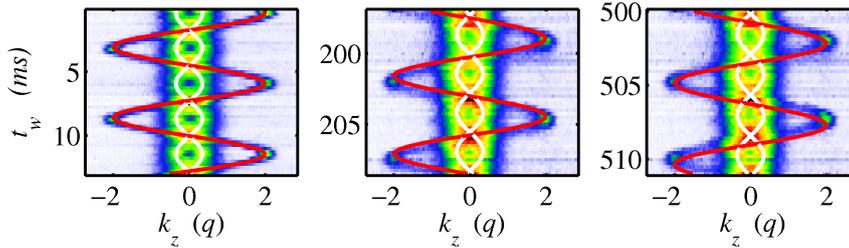
$$B_z(z) = B_0 - \alpha(z + a) + \beta a^2 e^{z/a}, \quad (4.15)$$

wobei  $a = \alpha/\beta$ . In erster Näherung ergibt sich daraus das harmonische

Potential im Fallenzentrum

$$U_z(z) = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2, \quad (4.16)$$

wobei sich die Fallenfrequenzen zu  $\omega_i = \sqrt{\mu_B \beta_i / m}$  ergeben.



**Abbildung 4.15:** Oszillation der atomaren Impulsverteilung. Jede Zeile entspricht einem Experiment, mit der Wartezeit  $t_w$  zwischen Braggpuls und Ausschalten der Falle. Zu erkennen ist, dass für große Zeiten  $t_w \gg 10$  ms die Oszillation der Atome in der nullten Ordnung der ersten Ordnung vorausleilt. Eine Wartezeit von 500 ms entspricht dabei 90 Schwingungen.

Für die Auswertung der Fallenanharmonizität wurde nun die Bewegungsgleichung der (nahezu) exakten Beschreibung von Gl. (4.15) verwendet

$$\ddot{z} = \frac{\mu_B \alpha}{m} - \frac{\mu_B \alpha}{m} e^{\beta z / \alpha}. \quad (4.17)$$

Diese Bewegungsgleichung wurde numerisch gelöst.

Die Kurven in Abb. 4.15 sind das Ergebnis dieser Analyse und geben den Verlauf der Schwingung gut wieder. Aus der numerischen Simulation ergeben sich folgende Werte für den Gradienten und die Fallenfrequenz im Zentrum der Magnetfalle

$$\alpha = 135 \text{ G/cm} \pm 25 \text{ G/cm} \quad (4.18)$$

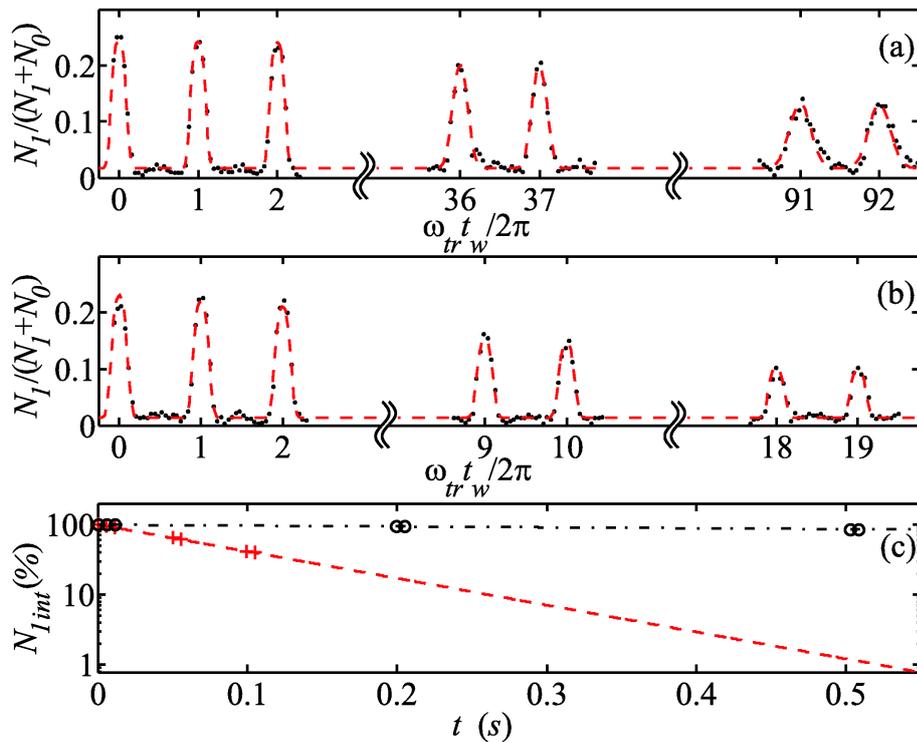
$$\omega_z = 181,6 \text{ Hz} \pm 0,2 \text{ Hz}. \quad (4.19)$$

Dabei ist  $\omega_z$  die Fallenfrequenz des Lithium. Für Rubidium liegt die Fallenfrequenz um einen Faktor  $\sqrt{6/87}$  niedriger bei  $\omega_{z\text{Rb}} = 47,7 \text{ Hz} \pm 0,1 \text{ Hz}$ . Dieser Wert liegt ca. 2 Hz unter dem durch Fallenoszillationen mit Rubidium bestimmten Wert. Die Diskrepanz der beiden Werte konnte nicht geklärt werden.

Der in [Sil05a] aus Simulationen des Magnetfeldes bestimmte Wert für den Gradienten betrug  $\alpha = 141,25 \text{ G/cm}$ . Dieser Wert ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem hier experimentell ermittelten Wert.

### 4.6.2 Schwingungsdämpfung

Neben der Anharmonizität der Falle wird die Schwingung der Atome durch Stöße beeinflusst. Dadurch nimmt die Zahl der Atome mit dem Maximalimpuls  $2\hbar q$  ab. Um den Einfluss von Stößen auf die Oszillation zu messen wurde die Atomzahl der ersten Ordnung kontrolliert. Dazu wurde die Atomzahl innerhalb eines Kästchens, welches den Impuls  $2\hbar q$  umfasst, gezählt. Der Bereich dieses Kästchens ist in Abb. 4.14 durch zwei rote Balken gekennzeichnet. Die gewonnenen Atomzahlen sind in Abb. 4.16(a) und (b) dargestellt. Dabei ist die Atomzahl im Auswertungsbereich normiert auf die Gesamtatomzahl. Zu sehen sind deutliche Maxima, die im Abstand der Fallenperiode wiederkehren.



**Abbildung 4.16:** Auswertung der Fallenoszillationsmessung. Die Punkte in (a) und (b) geben die Atomzahl innerhalb eines begrenzten Gebietes, in Abb. 4.14 durch zwei rote Balken gekennzeichnet, relativ zur Gesamtatomzahl an. In (a) wurde das Rubidium vor der Messung entfernt, in (b) wurde es in der Falle belassen und diente als Stoßpartner. Die rote (gestrichelte) Kurve ist ein Fit nach Gl (4.20). In (c) ist die Gesamtatomzahl je Maximum aus (a) und (b) dargestellt. Die schwarzen Kreise markieren die Atomzahl für das Experiment (a) ohne Rubidium, die roten Kreuze markieren die Messung (b) mit Rubidium.

Für die Auswertung wurde angenommen, dass die Atome der ersten Ordnung eine gaußsche Ortsverteilung besitzen. Die resultierende Funktion für einen Fit in Abb. 4.16 ist damit eine Faltung aus einer Normalverteilung und der Stufenfunktion des Kästchens, eine Kombination von Fehlerfunktionen

$$N_1 = \frac{N_{10}}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{t(n) + \delta_\tau}{\sigma_\tau \sqrt{2}} \right) \right) - \frac{N_{10}}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{t(n) - \delta_\tau}{\sigma_\tau \sqrt{2}} \right) \right). \quad (4.20)$$

Dabei stellt  $N_{10}$  die maximale Atomzahl im Detektionsvolumen dar.  $\delta_\tau$  ist ein Maß für die Größe des Kästchens,  $\sigma_\tau$  stellt die Breite der Wolke dar. Der Aufpunkt  $t(n) = t - t_0 - n \cdot T_{\text{trap}}$  ist die Mitte eines Maximums und enthält eine Verschiebung des Nullpunkts  $t_0 \simeq 400 \mu\text{s}$  und die Periodizität der Fallenperiode  $T_{\text{trap}} = 5,52 \text{ ms}$ , wobei  $n$  die Nummer des jeweiligen Maximums ist.

Wie in Kapitel 4.6.2 dargelegt, führt die Anharmonizität der Magnetfalle dazu, dass Atome mit unterschiedlicher Amplitude auch eine jeweils andere Schwingungsperiode erfahren. Die Verteilung der schwingenden Atome führt nun dazu, dass auch hier eine unterschiedliche Periodendauer vorliegt. Das führt zu einem Verschmieren der atomaren Verteilung. In einer einfachen Näherung soll dieses Verschmieren durch ein lineares Anwachsen der Breite der Normalverteilung berücksichtigt werden

$$\sigma_\tau(t) = \sigma_{\tau 0} (1 + t/t_{\text{anharm}}), \quad (4.21)$$

mit einer Anfangsbreite  $\sigma_{\tau 0}$  und einer Zeit  $t_{\text{anharm}} = 0,2 \text{ s}$  in der die Breite verdoppelt wird.

Die Anharmonizität der Falle führt zu einer Verbreiterung der Maxima. Die Gesamtzahl der Atome je Maximum ist davon jedoch nicht beeinflusst. In Abb. 4.16(c) ist die integrierte Atomzahl je Maximum dargestellt, wobei die schwarzen Kreise die Schwingungsmessung ohne Rubidium bezeichnen und die roten Kreuze das Experiment mit Rubidium präsentieren. Obwohl die Höhe der Maxima in Abb. 4.16(a) abnimmt, bleibt die Atomzahl über die gesamte Messzeit stabil. Im Gegensatz dazu nimmt die Zahl der schwingenden Atome in Anwesenheit von Rubidium rasch ab. Der Grund hierfür sind Stöße zwischen schwingenden und ruhenden Atomen, bei denen der Impuls der Stoßpartner umverteilt wird.

Für den Fit in Abb. 4.16 wurde daher noch zusätzlich eine exponentielle Dämpfung der Gesamtatomzahl angenommen

$$N_{1\text{abs}} = N_1 e^{t/\tau_{\text{damp}}}. \quad (4.22)$$

Diese Funktion ist auch die Kurve in Abb. 4.16(c). Die Dämpfungszeit beträgt für die Schwingung ohne Rubidium  $\tau_{\text{damp}} = 3,2 \text{ s}$ , im Falle der Anwesenheit von Rubidium verkürzt sich diese Zeit auf  $\tau_{\text{damp}} = 113 \text{ ms}$ .

Da jedes gestreute Atom das Detektionsvolumen nicht mehr erreicht, ist die Dämpfungszeit  $\tau_{\text{damp}}$  proportional zur inversen Streurrate  $\gamma^{-1}$ . Um

dies zu überprüfen, soll die Streurrate für die Oszillation in Anwesenheit von Rubidium berechnet werden. Die Streurrate lässt sich nach [Mar07] und [Gün06] folgendermaßen berechnen.

$$\gamma_{\text{Li,Rb}} = \sigma_{\text{Li,Rb}} v_{\text{Li,Rb}} n_{\text{Li,Rb}}, \quad (4.23)$$

mit  $\sigma_{\text{Li,Rb}} = 4\pi a_{\text{Li,Rb}}^2$  dem Streuquerschnitt der sich aus der in [Sil05b] gemessenen Streulänge  $|a_{\text{Li,Rb}}| = 20 a_B$  berechnen lässt. Das Überlappintegral

$$n_{\text{Li,Rb}} = \int n_{\text{Li}}(\mathbf{r}) \cdot n_{\text{Rb}}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (4.24)$$

berechnet sich aus den Dichteverteilungen der beiden Stoßpartner. Die Verteilung des Rubidium kann dabei als thermische Maxwell-Boltzmann Verteilung angenommen werden. Die Verteilung des Lithium ist in Richtung der Braggbeugung durch die Oszillation bestimmt, während senkrecht dazu weiterhin eine Normalverteilung anzunehmen ist. Die Verteilung entlang der Oszillation ist damit

$$n_{z,\text{Li}} = 1 / \left( 2\pi z_0 \sqrt{1 - z^2/z_0^2} \right), \quad (4.25)$$

mit der Amplitude  $z_0 = \frac{2\hbar q}{m\omega_z}$ . Schließlich lässt sich die Relativgeschwindigkeit durch die Geschwindigkeit der Lithiumatome im Fallenzentrum  $v_{\text{Li,Rb}} = v_{\text{Li,max}} = \frac{2\hbar q}{m}$  nähern.

Daraus erhält man die Gesamtstreurrate  $\gamma_{\text{Li,Rb}}$ . Entscheidend ist jedoch die mittlere Streurrate pro Atom also

$$\gamma = \gamma_{\text{Li,Rb}} / N_{6\text{Li}}. \quad (4.26)$$

Zu bemerken ist noch, dass im vorliegenden Fall jeder Stoß zum Signal beiträgt, während in [Mar07] und [Gün06] die Atome vollständig thermalisierten, wozu mehrere Stöße vonnöten waren. Aus der oben ausgeführten Berechnung ergibt sich eine inverse Streurrate von  $\gamma^{-1} = 107 \text{ ms}$  in sehr guter Übereinstimmung zur gemessenen Dämpfungszeit.

Auch für die Dämpfung der Oszillation von Lithium allein lässt sich die Dämpfung auf eine Streuung zurückführen. Hier würden die Atome der ersten Beugungsordnung mit Atomen der nullten Beugungsordnung stoßen. Allerdings ist die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Stoß gering. Aufgrund des Pauli-Prinzips ist eine s-Wellen Streuung für spinpolarisierte Fermionen verboten. Die p-Wellen Streuung ist wiederum für ultrakalte Temperaturen unterdrückt.

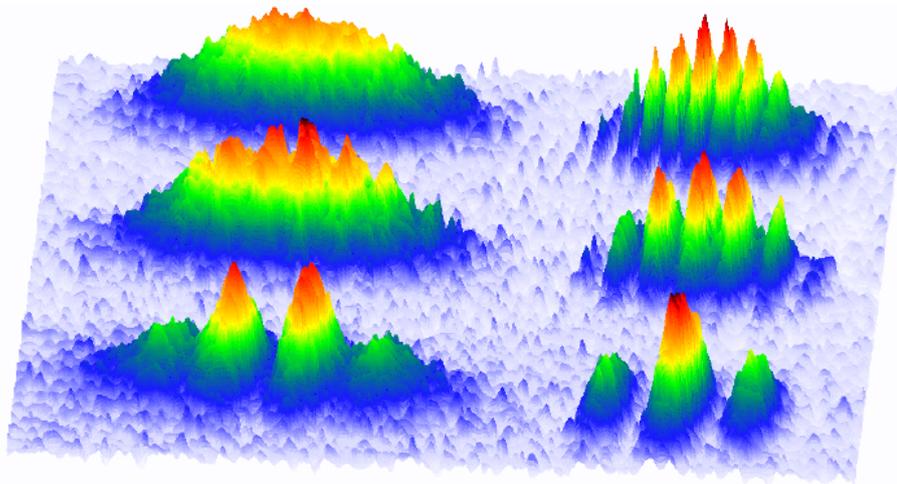
Aus der Dämpfung der Oszillation lässt sich jedoch ein Streuquerschnitt für die p-Wellen Streuung berechnen. Dabei wurde angenommen, dass die Hälfte der Atome gebeugt wurde. Diese können nun mit den nicht gebeugten Atomen stoßen. Für die Verteilung der Atome in der nullten Ordnung wurde

eine thermische Verteilung mit der Temperatur der ungebeugten Wolke angenommen. Eine Rechnung analog der für die Messung mit Rubidium liefert einen Streuquerschnitt  $\sigma_{\text{Li-p}} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{cm}^2$ .

Dabei ist zu beachten, dass die Energie des Stoßes durch die Relativgeschwindigkeit gegeben ist. Die gegebene Geschwindigkeit  $v_{\text{Li,max}} = \frac{2\hbar q}{m}$  entspricht dabei der thermischen Geschwindigkeit bei einer Temperatur von  $T = 5 \mu\text{K}$ . Messungen an Kalium ( $^{40}\text{K}$ ) [DeM99a] sowie Berechnungen für Lithium [Che05] gelangen zu ähnlichen Ergebnissen, was die berechnete Streulänge als realistisch erscheinen lässt. Die Dämpfung der Oszillationen lässt sich also auf Streuung der oszillierenden Atome an ruhenden Atomen zurückführen.

## 4.7 Ramsey-Interferometrie

Bei einer Braggbeugung werden die beiden Impulszustände  $\hbar k_z = 0$  und  $\hbar k_z = 2\hbar q$  kohärent miteinander gekoppelt. Wird die Dauer des Braggpulses so gewählt, dass die Pulsfläche einem  $\pi/2$ -Puls entspricht, also  $\Phi = \Omega_R \tau = \pi/2$ , dann befinden sich die Atome nach der Beugung in einem Überlagerungszustand der beiden Impulszustände. Danach entwickeln sich die Phasen der beiden Impulszustände gemäß Gl (2.25).



**Abbildung 4.17:** Interferenz von Fermionen. Zu sehen ist links die nullte und rechts die erste Beugungsordnung eines Braggexperiments. Dabei wurden zwei Braggpulse mit  $\Phi = \pi/2$  eingestrahlt. Die Entwicklungszeit zwischen den Pulsen ist von vorn nach hinten  $t_w = 5; 15; 25 \mu\text{s}$ . Deutlich zu beobachten sind Interferenzstreifen, die für größere Entwicklungszeiten enger werden.

Die Phasendifferenz zwischen den beiden Zuständen ist demnach

$$\Delta\varphi = \frac{2\hbar k_z q}{m} \Delta t, \quad (4.27)$$

proportional zum Impuls  $\hbar k_z$  des Atoms und der Entwicklungszeit  $\Delta t$ . Mit einem weiteren  $\pi/2$ -Puls werden die beiden Impulszustände nun aufeinander projiziert. Je nach Phasendifferenz kommt es nun zu einer konstruktiven oder destruktiven Interferenz.

In diesem Sinne lässt sich die Braggbeugung als Strahlteiler in einem Interferometer verstehen. Dabei wird eine Materiewelle in zwei Teile aufgeteilt, die sich unabhängig voneinander weiterentwickeln und dann möglicherweise mit einem zweiten Strahlteiler wieder überlagert werden. Die Verwendung der Braggbeugung als Interferometer wurde bereits in den Atomstrahlexperimenten erfolgreich eingesetzt [Kas91] und ermöglichte sehr lange Kohärenzzeiten für Interferometer mit BECs [Gar06]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Interferenzexperimente mit Fermionen durchgeführt, die es ermöglichen, ein durchstimmbares Interferometer mit Fermionen zu bauen.

Abb.4.17 zeigt drei solche Beugungsexperimente. Dabei wurden zwei Braggbeugungen mit einer Pulsfläche von  $\Phi = \pi/2$  durchgeführt. Die Entwicklungszeit zwischen den Pulsen betrug  $t_w = 5 \mu\text{s}$  im vorderen Bild,  $t_w = 15 \mu\text{s}$  im mittleren Bild und  $t_w = 25 \mu\text{s}$  im hinteren Bild. Links im Bild ist die nullte Beugungsordnung um den Impuls  $\hbar k_z = 0$  zu sehen, rechts die erste Beugungsordnung mit  $\hbar k_z = 2\hbar q$ . Die Phasendifferenz zwischen den Impulszuständen nimmt linear mit der Wartezeit zwischen den Braggpulsen zu. Daher verringert sich der Streifenabstand für längere Wartezeiten, also in Abb.4.17 nach hinten. Tatsächlich kann man im mittleren Bild dreimal so viele Nebenmaxima ausmachen wie im vorderen Bild, im hinteren sogar fünfmal so viel, was der dreifachen (fünffachen) Wartezeit der jeweiligen Bilder entspricht.

#### 4.7.1 Auswertung des Experiments

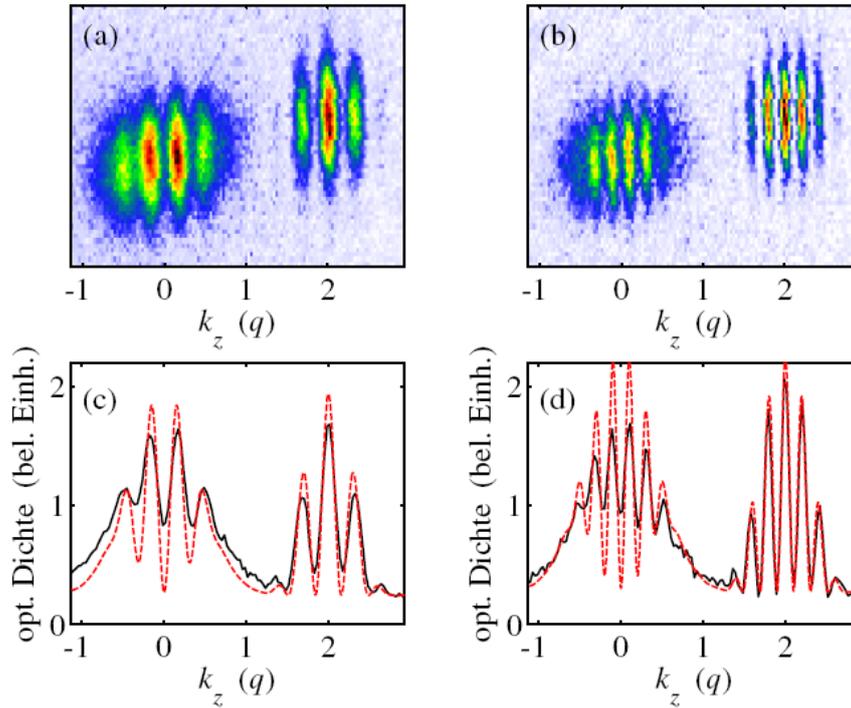
Die theoretische Beschreibung dieses Experiments ist in Kapitel 2.3 ausgeführt. Die volle Entwicklung lautet dann

$$\begin{pmatrix} a_{0,k_z}(t) \\ a_{1,k_z}(t) \end{pmatrix} = e^{-iH_\tau\tau_2/\hbar} \cdot e^{-iH_{\Delta t}\Delta t/\hbar} \cdot e^{-iH_\tau\tau_1/\hbar} \begin{pmatrix} a_{0,k_z}(0) \\ a_{1,k_z}(0) \end{pmatrix}. \quad (4.28)$$

Dabei ist  $\Delta t$  die Wartezeit zwischen den Braggpulsen und  $\tau_1$  ( $\tau_2$ ) die Dauer des ersten (zweiten) Braggpulses.

In Abb.4.18 sind zwei solcher Experimente inklusive der theoretischen Simulation gezeigt. Dabei sind Teilbilder (a) und (b) Absorptionbilder von Experimenten mit einer Wartezeit von  $6 \mu\text{s}$  in Teilbild (a) und  $12 \mu\text{s}$  in Teilbild (b). In Teilbild (c) und (d) sind die Dichteverteilungen entlang der  $k_z$ -Achse dargestellt. Die schwarzen (durchgezogenen) Kurven sind dabei die

experimentellen Ergebnisse. Diese wurden gewonnen, indem das Absorptionssbild (a) bzw. (b) senkrecht zu  $k_z$  aufsummiert wurde. Die rote (gestrichelte) Kurve in (c) bzw. (d) ist eine theoretische Simulation mit Hilfe von Gl. (4.28) und Gl. (2.18). Für die Simulation wurde eine Rabifrequenz von  $\Omega_R = 2\pi \cdot 58 \text{ kHz}$  und eine Temperatur von  $T = 1.2 \mu\text{K}$  verwendet. Die Pulsdauer in diesem Experiment betrug  $\tau_1 = \tau_2 = 4 \mu\text{s}$ .



**Abbildung 4.18:** Auswertung eines Ramseyexperiments. Bilder (a) und (b) sind Absorptionssbilder der Impulsverteilung. In (c) und (d) sind die senkrecht zu  $k_z$  integrierten Dichten aufgetragen. Die schwarzen (durchgezogenen) Kurven geben dabei die experimentellen Daten an, die roten (gestrichelten) Linien sind eine theoretische Kurve gemäß Kapitel 2.3. Die Rabifrequenz der theoretischen Simulation beträgt  $\Omega_R = 2\pi \cdot 58 \text{ kHz}$ , die Temperatur  $T = 1,2 \mu\text{K}$ . Die Pulsdauer und die Wartezeit wurden den experimentellen Parametern entnommen. Die Pulsdauer betrug  $\tau_1 = \tau_2 = 4 \mu\text{s}$ , die Wartezeit in (a) und (c) war  $\Delta t = 6 \mu\text{s}$  und in (b) und (d)  $\Delta t = 12 \mu\text{s}$ .

Zwei Besonderheiten an diesem System sind hervorzuheben. Die Phasendifferenz ist proportional zum Impuls des Teilchens vor Beginn des Experiments als auch von der Wartezeit zwischen den Braggpulsen. Eigentlich würde man daher für einen gegebenen Impuls und eine feste Zeit ein solches Experiment durchführen, dann entweder Impuls oder Zeit verändern und so sukzessive ein Ramseyspektrum aufnehmen. Da die verwendete atomare Wolke jedoch eine thermische Verteilung mit einem kontinuierlichen Spek-

trum an Impulsen aufweist, ist es möglich, ein komplettes Ramseyspektrum mit einem einzelnen Experiment aufzunehmen. In einem solchen Spektrum wird die Verstimmung durch den Impuls der Teilchen bestimmt.

Zudem stellt der benützte Aufbau ein flexibles Interferometer dar, bei dem die beiden Äste des Interferometers unabhängig voneinander sind. Dies eröffnet zum einen die Möglichkeit, die Entwicklungszeit frei zu wählen. Zum anderen ist es im Prinzip möglich, die Phasenentwicklung eines der beiden Äste unabhängig vom anderen zu modifizieren.

Ähnliche Experimente wurden bereits mit BECs durchgeführt [Bon01]. In einem solchen Falle stellt die gesamte Wolke eine Materiewelle dar, die kollektiv interferiert. Im hier vorliegenden Fall von Fermionen können zwei verschiedene Atome nicht miteinander interferieren. Der beobachtete Effekt ist folglich eine Einzelatominterferenz. Dennoch ist ein Kontrast von 100% möglich, wie sowohl in Abb. 4.17 als auch in Abb. 4.18 zu sehen ist.

Zu bemerken ist noch, dass die Achse der Braggbeugung nicht entlang einer Achse der CCD-Kamera verlief. Dies führt z.B. dazu, dass die beiden Wolken der nullten und ersten Beugungsordnung in Abb. 4.18(a) und (b) vertikal versetzt sind. Die Interferenzstreifen verlaufen selbstverständlich senkrecht zu dieser Beugung. Um eine Auswertung zu ermöglichen wurden die Absorptionsbilder daher geschert, sodass die Interferenzstreifen senkrecht zu einer der Kameraachsen stehen.

#### 4.7.2 Limitierte Beobachtungszeit

Die Beobachtung von Interferenzstreifen ist nur möglich bis zu einer Entwicklungszeit von etwas über  $30 \mu\text{s}$ . Der wichtigste Grund hierfür ist die Begrenzung der optischen Auflösung. Für das hier verwendete System lässt sich ein oberes Limit für die Detektion von Interferenzstreifen angeben. Der Impulsunterschied zwischen zwei aufeinander folgenden Maxima, also der Phasendifferenz  $\Delta\varphi = 2\pi$  ist nach Gl. (4.27)

$$\hbar k_z = \frac{\pi m}{q\Delta t}. \quad (4.29)$$

Der minimale Abstand zwischen zwei Maxima ist dadurch gegeben, dass die beiden etwa zwei Pixel der CCD-Kamera entfernt sein sollten. Bei einer Auflösung von  $\Delta x = 7 \mu\text{m}/\text{Pixel}$ , und einer Flugzeit von  $t_{\text{tof}} = 2 \text{ms}$  ergibt sich die maximale Entwicklungszeit zu

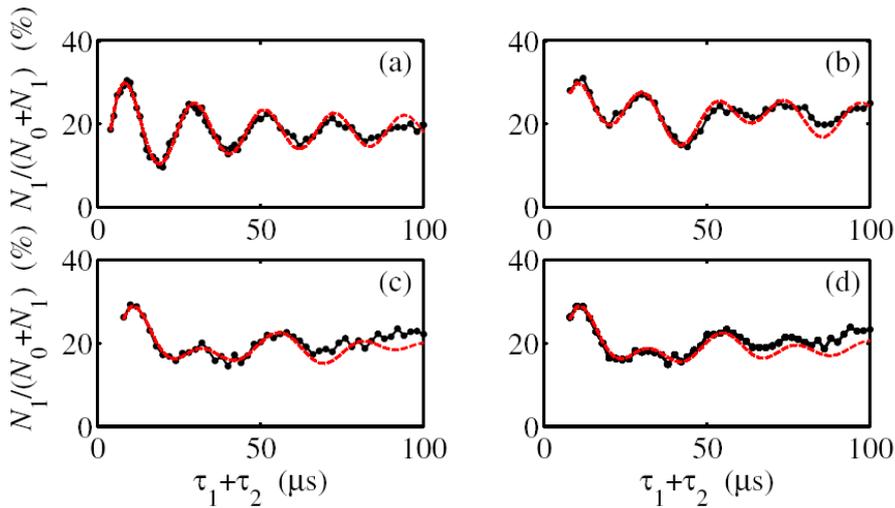
$$\Delta t_{\text{max}} = \frac{\pi t_{\text{tof}}}{2q\Delta x} = 48 \mu\text{s}. \quad (4.30)$$

Sollte das Interferenzmuster jedoch einen halben Pixelabstand verschoben sein, ist hier bereits keine Interferenzstruktur erkennbar. Zusätzliche Effekte wie z.B. Hintergrundrauschen der Bilder würden die Entwicklungszeit weiter begrenzen.

Durch längere Flugzeiten ließe sich eine größere Entwicklungszeit realisieren, was jedoch zu Lasten des Kontrastes ginge. Auch eine bessere Auflösung würde eine längere Wartezeit ermöglichen. Das Grundsätzliche Problem des linear mit der Zeit abnehmenden Streifenabstands bliebe aber dennoch bestehen.

### 4.7.3 Ramseyexperiment mit variabler Pulsdauer

Die Signatur kohärenter Zustandsentwicklung lässt sich auch in der Entwicklung der Atomzahl in den einzelnen Ordnungen erkennen. Im Gegensatz zu den Interferenzstreifen, deren Abstand direkt die Phasenentwicklung zeigt, lässt sich aus der Atomzahlentwicklung nicht direkt ein Rückschluss auf die Phase der beiden Beugungsordnungen ziehen. Die Entwicklung der Atomzahl basiert jedoch auf dem gleichen Prinzip wie die Ausbildung der Ramsey-Streifen.



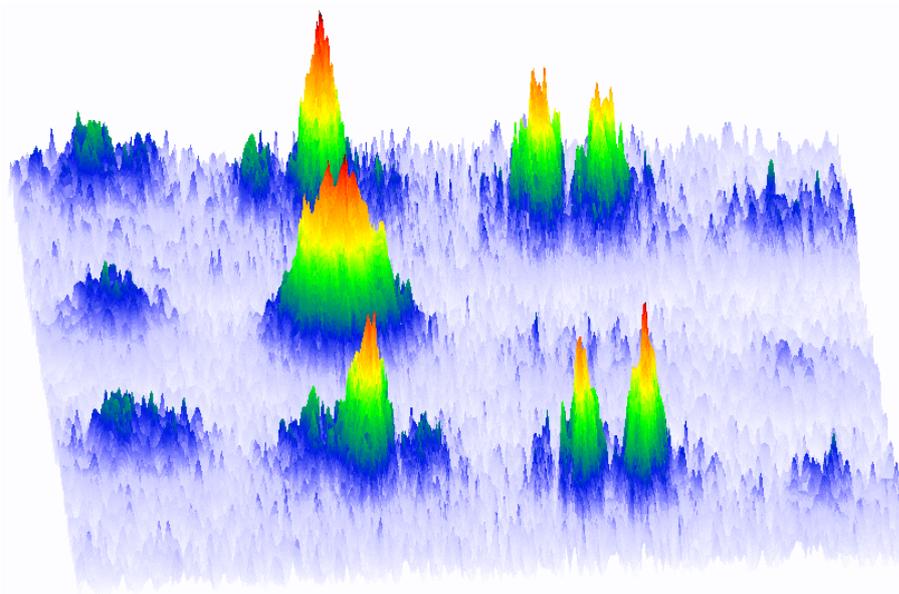
**Abbildung 4.19:** Entwicklung der Atomzahl in der ersten Ordnung für Rabi-Oszillationen mit Unterbrechung. Dabei ist die Atomzahl der ersten Ordnung normiert auf die Gesamtatomzahl aufgetragen gegen die Gesamtpulsdauer  $\tau_1 + \tau_2$ . Die Wartezeit  $\Delta_t$  zwischen den Braggpulsen wurde für die verschiedenen Teilbilder variiert und ist in (a),  $\Delta_t = 0$ , in (b) ist  $\Delta_t = 10 \mu\text{s}$ , in (c)  $\Delta_t = 30 \mu\text{s}$  und in (d)  $\Delta_t = 50 \mu\text{s}$ . Die schwarzen Punkte sind die experimentellen Daten, die rote (gestrichelte) Kurve ist eine Simulation nach Gl. (4.28).

Um dies zu zeigen, wurde ein Experiment durchgeführt, bei dem die Pulsdauern eines Ramseyexperiments variiert wurden, während die Wartezeit zwischen den beiden Pulsen konstant gehalten wurde. Analog zu Kapitel 4.3.1 wurde die Atomzahl in der ersten Ordnung gemessen und gegen die Gesamtatomzahl normiert.

In Abb. 4.19 ist das Ergebnis gegen die Gesamtpulsdauer  $\tau_1 + \tau_2$  aufgetragen, wobei die Dauer der beiden Pulse identisch gewählt wurde,  $\tau_1 = \tau_2$ . Die Wartezeit zwischen den beiden Braggpulsen ist in Teilbild (a)  $\Delta_t = 0$ , in (b)  $\Delta_t = 10 \mu\text{s}$ , in (c)  $\Delta_t = 30 \mu\text{s}$  und in (d)  $\Delta_t = 50 \mu\text{s}$ . Die schwarzen Punkte geben dabei das experimentelle Ergebnis wieder.

Tatsächlich beginnt die Entwicklung als Oszillation, diese wird jedoch stark gedämpft und verbogen. Eine theoretische Simulation (rot, gestrichelt) analog zu der für ein reines Ramseyexperiment nach Gl. (4.28), kann den experimentellen Verlauf gut reproduzieren.

Die Rabifrequenzen lagen für diese Simulation zwischen  $\Omega_R = 43 \text{ kHz}$  und  $\Omega_R = 46 \text{ kHz}$ , die Temperatur bei  $T = 1.2 \mu\text{K}$ . Jenseits einer Gesamtpulsdauer von  $\tau_2 + \tau_1 = 50 \mu\text{s}$  zeigt sich eine Diskrepanz zwischen der theoretischen Berechnung und dem experimentellen Befund. Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch den Einfluss der Falle, die Impuls- und Ortszustände mischen.



**Abbildung 4.20:** Dreidimensionale Darstellung eines Impulsechoexperimentes. Wegen der großen Rabifrequenz von  $\Omega_R \simeq 2\pi \cdot 220 \text{ kHz}$  sind mehrere Beugungsmaxima zu erkennen. Von links nach rechts sind dies die minus erste ( $-2\hbar q$ ), nullte ( $0\hbar q$ ), erste ( $2\hbar q$ ) und zweite ( $4\hbar q$ ) Ordnung. Die Zeit zwischen erstem  $\pi/2$ -Puls und  $\pi$ -Puls betrug hier  $\tau_1 = 20 \mu\text{s}$ . Die Zeit zwischen  $\pi$ -Puls und zweitem  $\pi/2$ -Puls betrug für die vordere Verteilung  $\tau_2 = 14 \mu\text{s}$ , für die mittlere Verteilung  $\tau_2 = 20 \mu\text{s}$  und für die hintere Verteilung  $\tau_2 = 26 \mu\text{s}$ . Gut zu sehen ist das Verschwinden von Atomen in der ersten Ordnung für  $\tau_1 = \tau_2$ .

## 4.8 Impulsecho-Interferometrie

Wie im vorhergehenden Kapitel beschrieben, ist die Detektion von Interferenzstreifen zeitlich limitiert. Der Grund hierfür liegt in der Phasenentwicklung, die linear in der Entwicklungszeit und dem Impuls der Atome ist. Um dieses Problem zu beheben, soll nach einer gewissen Zeit  $\tau_1$  die Phasenentwicklung umgekehrt werden und nach noch einmal derselben Zeit  $\tau_2 = \tau_1$  der Zustand der Atome ausgelesen werden. Ein solches Verfahren wurde bereits 1950 von E. L. Hahn [Hah50] für die magnetische Kernspinresonanz (NMR) vorgeschlagen. Im Falle des NMR wird die Phasenentwicklung der Kernspins umgekehrt, man spricht daher von einem Spinecho-Verfahren. Interferometer mit kalten Atomen arbeiten ebenfalls typischerweise mit einem solchen Pulsschema [Kas91, Tor00, Gar06]. Im Falle dieses Experiments soll die Phasenentwicklung von Impulszuständen umgekehrt werden, man kann daher von einem Impulsecho sprechen.

Der Ablauf dieses Experiments ist wie folgt: Zuerst wird ein  $\pi/2$ -Braggpuls eingestrahlt. Die beiden Impulszustände entwickeln sich danach frei. Nach einer Zeit  $\tau_1$  wird ein zweiter Braggpuls eingestrahlt. Dieser hat eine Dauer, die einer Pulsfläche von  $\Phi = \pi$  entspricht. Durch diesen zweiten Puls werden die Besetzungen der nullten und ersten Ordnung vertauscht. Die weitere Phasenentwicklung verläuft nun in umgekehrter Richtung. Nach einer weiteren Wartezeit  $\tau_2$  wird abermals ein  $\pi/2$ -Puls eingestrahlt, der die beiden Ordnungen aufeinander projiziert.

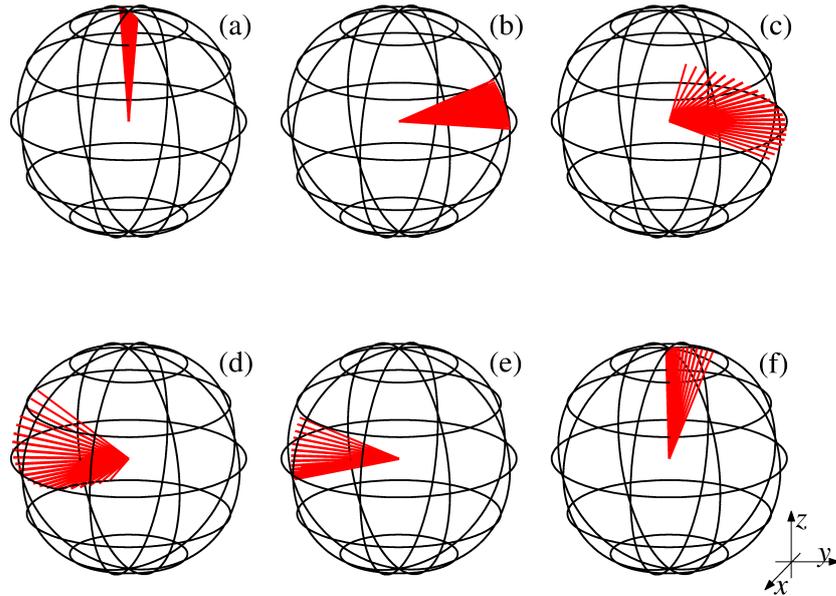
Der Effekt, den ein solches Impulsecho hat, wird in Abb. 4.20 deutlich. Hier sind die Impulsverteilungen für eine feste Zeit  $\tau_1 = 20 \mu\text{s}$  und drei verschiedene Zeiten  $\tau_2$  gezeigt. Diese Zeiten sind  $\tau_2 = 14 \mu\text{s}$  für die vordere Verteilung,  $\tau_2 = \tau_1 = 20 \mu\text{s}$  für die mittlere Verteilung und  $\tau_2 = 26 \mu\text{s}$  für die hintere Verteilung. Die Beugung befindet sich hier bereits im Kapitza-Dirac Regime, wie an den Atomen in der minus ersten und zweiten Beugungsordnung zu erkennen ist. Der Grund hierfür liegt in der großen Rabi-Frequenz von  $\Omega_R \simeq 2\pi \cdot 220 \text{ kHz}$ . Deutlich zu erkennen ist, dass für  $\tau_2 = \tau_1$  die Besetzung der ersten Ordnung nahezu vollständig verschwindet. Die nullte Ordnung jedoch maximal besetzt ist.

### 4.8.1 Anschauliche Beschreibung

Zum besseren Verständnis ist in Abb. 4.21 eine schematische Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Impulszustände gezeigt. Hier wird das Bild der Blochkugel verwendet. Die möglichen Zustände sind als Vektoren eingezeichnet, deren Aufpunkt den jeweiligen Zustand beschreibt. Die beiden Parameter, welche die Eigenschaften eines Zustands beschreiben, sind der Winkel  $\varphi$  in der  $x$ - $y$ -Ebene und der Winkel  $\vartheta$  senkrecht dazu.

Der Winkel  $\vartheta$  gibt den Impulszustand des Atoms an. Für einen Winkel  $\vartheta = \pi/2$  (in positive  $z$ -Richtung) sind die Atome im Zustand  $\hbar k_z = 0$ .

Bei einem Winkel  $\vartheta = -\pi/2$  (negative  $z$ -Richtung) sind die Atome im Zustand  $\hbar k_z = 2\hbar q$  und für  $\vartheta = 0$  befinden sich die Atome in einem Überlagerungszustand der beiden Beugungsordnungen. Die thermische Verteilung der Impulse wird durch eine Streuung der Vektoren berücksichtigt, was dazu führt, dass ein gewisser Bereich  $\Delta\vartheta$  besetzt ist.



**Abbildung 4.21:** Schematische Darstellung der zeitlichen Entwicklung der Impulszustände auf der Blochkugel. Der Winkel  $\vartheta$  relativ zur  $x$ - $y$ -Ebene gibt den jeweiligen Impuls an,  $0\hbar q$  zeigt nach  $+z$ ,  $2\hbar q$  zeigt nach  $-z$ , und die Überlagerung davon liegt in der  $x$ - $y$ -Ebene. Der Winkel  $\varphi$  in der  $x$ - $y$ -Ebene gibt die Phase des jeweiligen Zustands an. Teilbild (a) zeigt die Verteilung der Impulszustände vor dem Impulsexperiment, Teilbild (b) zeigt die Verteilung unmittelbar nach dem ersten  $\pi/2$ -Puls. Die weitere Entwicklung nach einer Wartezeit  $\tau_1$  ist in (c) gezeigt. In (d) ist der Zustand nach dem  $\pi$ -Puls dargestellt, (e) zeigt die Entwicklung nach der zweiten Wartezeit  $\tau_2$  und (f) zeigt den Zustand nach dem zweiten  $\pi/2$ -Puls, also am Ende des Impulsexperiments. Aufgrund der endlichen Verstimmung der Atome ist die Besetzung in der nullten Ordnung nicht vollständig.

Die Phase der atomaren Zustände wird durch den Winkel  $\varphi$  wiedergegeben. Für die Berechnung der jeweiligen Werte wurde eine Simulation gemäß Kapitel 2.4 benutzt. In Teilbild (a) sind die Zustände vor dem ersten Braggpuls gezeigt. Die thermische Verteilung führt hier bereits zu einer Streuung entlang  $\vartheta$ . Nach dem ersten  $\pi/2$ -Puls führt dies zusätzlich zu einer Verteilung der Phasen, also entlang  $\varphi$ . Nach einer Wartezeit  $\tau_1$  haben die Atome zwar ihren Impuls beibehalten, d.h. die Streuung um  $\vartheta$  bleibt konstant, die Phasen der Zustände sind jedoch noch mehr auseinandergelaufen, wie in (c)

zu sehen ist. Teilbild (d) zeigt die Wirkung eines  $\pi$ -Pulses, der die Phasenentwicklung invertiert. Die zweite Wartezeit  $\tau_2 = \tau_1$  lässt die Impulse wieder zusammenlaufen (e)

Das Ergebnis eines Impulsechoexperiments ist in (f) dargestellt. Nach einem zweiten  $\pi/2$ -Puls befinden sich die Atome wieder im  $\hbar k_z = 0$  Zustand. Aufgrund der thermischen Verbreiterung sind jedoch nicht alle Atome in der nullten Ordnung; die Verstimmung der Atome mit hohen Impulsen bewirkt, dass die Braggpulse nicht vollständig sind. Das bedeutet, während ein resonantes Atom insgesamt eine Beugung mit der Pulsfläche  $\Phi = \pi/2 + \pi + \pi/2 = 2\pi$  erfährt, also eine vollständige Rabirotation, ist die gesamte Beugung eines verstimmteten Atoms kleiner als  $2\pi$ , das Atom wird nicht vollständig zurückbeugt.

Dieser Effekt wird besonders bei geringen Rabirotationen deutlich. In diesem Fall tragen nur wenige Atome um den Impuls  $\hbar k_z = 0$  zum Echosignal bei. Das Ergebnis ist ein Loch in der Impulsverteilung der ersten Ordnung und ein entsprechendes Maximum in der Impulsverteilung der nullten Ordnung.

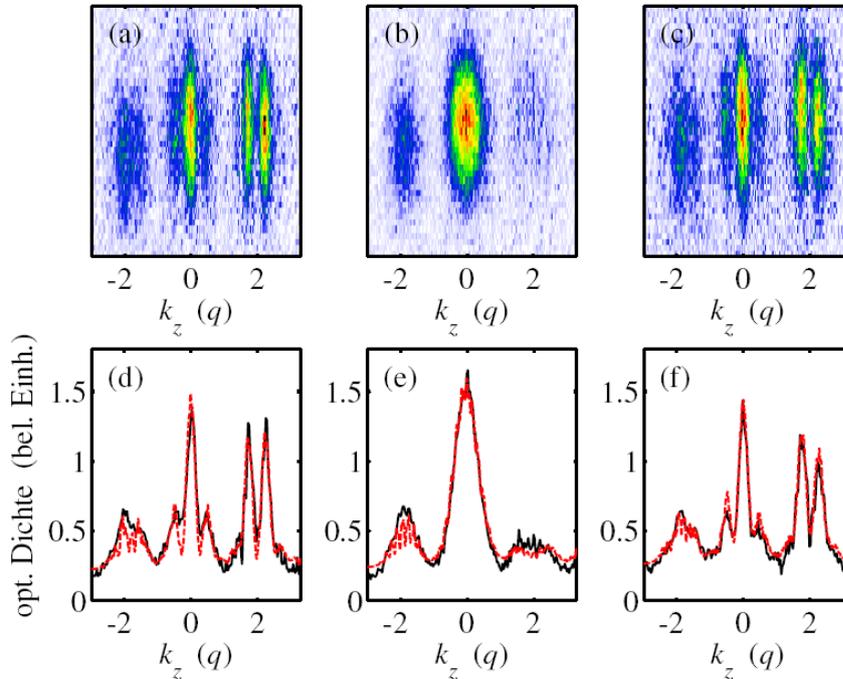
Für höhere Rabirotationen ist es möglich, ein Signal zu erhalten, bei dem nahezu die gesamte atomare Verteilung beiträgt. Allerdings gelangt man hierbei in den Bereich der Kapitza-Dirac Beugung (vgl. Kap 4.4), wie in Kapitel 2.5 näher ausgeführt. Die Experimente wurden bei einer Rabirotation von etwa  $\Omega_R = 220$  kHz durchgeführt, bei der die gesamte Wolke zum Signal beiträgt, das Kapitza-Dirac Regime jedoch gerade eben erreicht wird.

## 4.8.2 Experimentelle Befunde

In Abb. 4.22 sind exemplarisch drei Impulsechoexperimente abgebildet. Die verwendeten Bilder entsprechen denen in Abb. 4.20 und wurden bei einer Wartezeit  $\tau_1 = 20$   $\mu$ s aufgenommen. Die oberen Teilbilder sind Absorptionsspektren der atomaren Verteilung nach einem Impulsechoexperiment. Dabei ist die zweite Wartezeit in (a)  $\tau_2 = 14$   $\mu$ s in (b) ist  $\tau_2 = 20$   $\mu$ s und in (c) ist  $\tau_2 = 26$   $\mu$ s. Für die Auswertung wurden die optischen Dichten senkrecht zu  $k_z$  aufsummiert. Das Ergebnis ist die schwarze (durchgezogene) Kurve in den Teilbildern (d) bis (f). Die rote (gestrichelte) Kurve zeigt eine theoretische Simulation.

Für Zeiten  $\tau_2 \neq \tau_1$  ist das Echo unvollständig. Dies kann in den Absorptionsspektren (a) und (c), besser noch in den Dichtekurven (d) und (f) beobachtet werden. Das Echo tritt zuerst für Impulse  $\hbar k_z \simeq 0$  auf. Daher bildet sich in der ersten Ordnung ein Loch, in der nullten ein entsprechendes Maximum aus. Für deutlich geringere Rabirotationen wäre dies das maximale Signal. Im hier gezeigten Fall wächst das Loch (Maximum) für wachsende Zeiten  $\tau_2 < \tau_1$ , bis die komplette atomare Verteilung, bei  $\tau_2 = \tau_1$ , zum Signal beiträgt. Für noch größere Zeiten  $\tau_2 > \tau_1$  nimmt das Signal wieder

entsprechend ab.



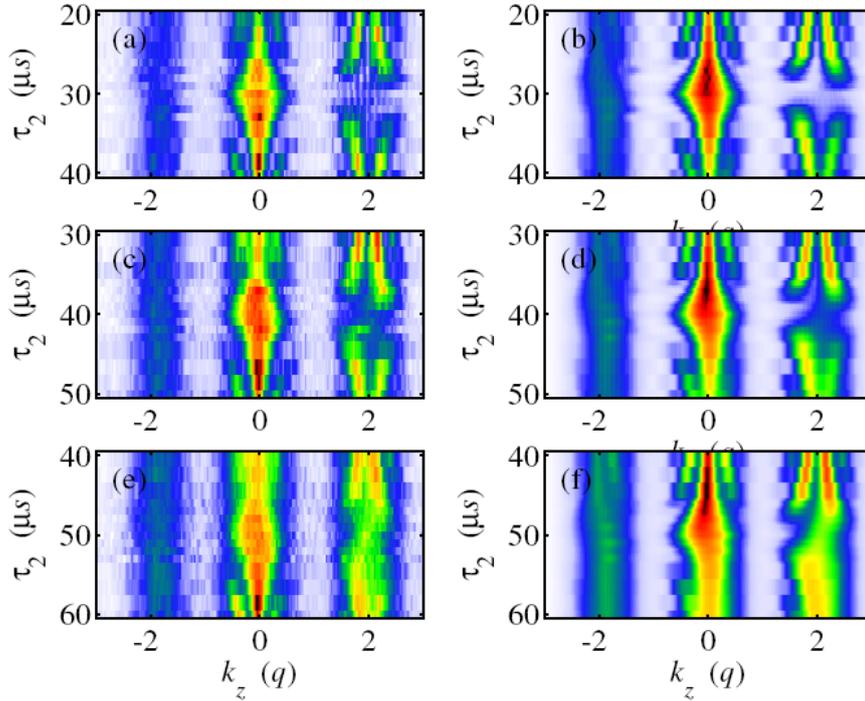
**Abbildung 4.22:** Auswertung der Impulsechoexperimente für eine Wartezeit  $\tau_1 = 20 \mu\text{s}$ . In den Teilbildern (a), (b) und (c) sind Absorptionbilder der atomaren Verteilung für drei verschiedene Zeiten  $\tau_2$  dargestellt. Diese Bilder entsprechen den in Abb. 4.20 gezeigten. In Teilbild (a) beträgt  $\tau_2 = 14 \mu\text{s}$ , in (b) ist  $\tau_2 = 20 \mu\text{s}$  und in (c) gilt  $\tau_2 = 26 \mu\text{s}$ . In den Teilbildern (d) bis (f) ist das senkrecht zu  $k_z$  integrierte Dichteprofil der Verteilung dargestellt. Die schwarzen (durchgezogenen) Linien sind die experimentellen Daten, die roten (gestrichelten) Kurven sind theoretische Simulationen nach Gl. (2.52).

### 4.8.3 Falleneinfluss

Die theoretische Simulation in Abb. 4.22 besitzt verschiedene Beiträge. Neben der einfachen Beschreibung des Impulsechos, wie in Kapitel 4.8.1 beschrieben, muss hier zusätzlich der Einfluss der Falle berücksichtigt werden. Tatsächlich vermischt die Falle die Orts- und Impulszustände der Atome, da diese keine Eigenzustände des Fallenpotentials darstellen. Die für die Auswertung verwendete vereinfachte theoretische Behandlung dieses Effekts ist in Kapitel 2.6.3 behandelt. Zusätzlich müssen höhere Ordnungen berücksichtigt werden, da sich das Experiment bereits im Kapitza-Dirac Regime befindet (vgl. Kapitel 2.5).

Der Einfluss dieser Effekte ist auch in Abb. 4.23 zu sehen. Hier sind Dichteverteilungen gegen die zweite Wartezeit  $\tau_2$  aufgetragen. Die linken

Teilbilder zeigen die experimentellen Resultate, die rechten Teilbilder zeigen die dazugehörige theoretische Simulation mit Hilfe von Gl. (2.31) und Gl. (2.52). Jede Zeile entspricht dabei einer Messung, wie in Abb. 4.22 gezeigt. Die erste Wartezeit ist dabei in Teilbild (a) und (b)  $\tau_1 = 30 \mu\text{s}$ , in (c) und (d)  $\tau_1 = 40 \mu\text{s}$  und in (e) und (f)  $\tau_1 = 50 \mu\text{s}$ . Für  $\tau_1 = 30 \mu\text{s}$  ist der Einfluss der Falle noch sehr gering. Schön zu sehen ist die Ausbildung des Echos. Für geringe  $\tau_2$  existiert nur ein kleines Loch in der ersten Ordnung, das wächst und die gesamte Population der ersten Ordnung erfasst. Hier ist der Prozess noch nahezu symmetrisch um die Zeit  $\tau_2 = \tau_1$ . Für größere Zeiten  $\tau_1$  wird das Impulsecho unvollständig. Außerdem ist zu beobachten, dass die Bilder nicht mehr symmetrisch um  $\tau_2 = \tau_1$  sind. Dies hat zur Ursache, dass der Einfluss der Falle für größere Zeiten zunimmt.



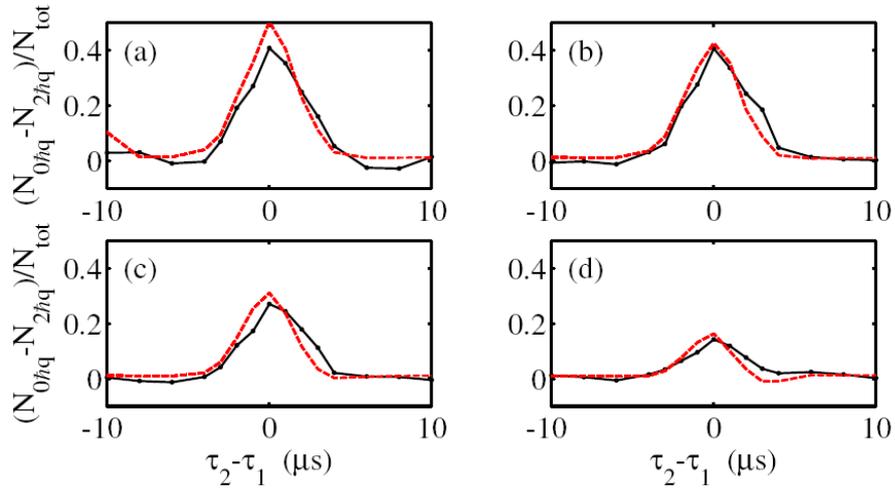
**Abbildung 4.23:** Impulsverteilung im Rahmen eines Impulsechoexperimentes. Dabei wird die Wartezeit  $\tau_1$  variiert. Von oben nach unten beträgt  $\tau_1 = 30, 40$  und  $50 \mu\text{s}$ . Teilbilder (a), (b) und (c) sind experimentelle Daten, (b), (d) und (f) sind theoretische Simulationen nach Gl. (2.52).

#### 4.8.4 Einfluss auf die Gesamtatomzahl

Neben der Impulsverteilung der Atome ist die Anzahl der Atome in der nullten bzw. ersten Beugungsordnung ein Signal für das Impulsecho. Zwar kann hierbei ein detailliertes Signal, wie das Ausbilden eines Lochs um  $\hbar k_z = 2\hbar q$

nicht detektiert werden, die Atomzahl bietet jedoch ein robustes Signal und ist aus den experimentellen Daten leicht zu gewinnen. Die interessante Größe hierbei ist die relative Atomzahl der beiden Ordnungen bzw. deren Differenz  $N_{0\hbar q} - N_{2\hbar q}$ . Normiert auf die Gesamtatomzahl  $N_{\text{tot}}$ , bietet diese Größe zusätzlich den Vorteil, unabhängig von Schwankungen der Gesamtatomzahl zu sein.

In Abb. 4.24 ist die Differenz zwischen nullter und erster Beugungsordnung normiert auf die Gesamtatomzahl  $(N_{0\hbar q} - N_{2\hbar q})/N_{\text{tot}}$  aufgetragen. Dabei ist in (a) die erste Wartezeit  $\tau_1 = 20 \mu\text{s}$ , in (b) ist sie  $\tau_1 = 30 \mu\text{s}$ , in (c)  $\tau_1 = 40 \mu\text{s}$  und in (d)  $\tau_1 = 50 \mu\text{s}$ . Das Impulsechosignal ist hier die deutlich stärkere Besetzung der ersten Ordnung bei Resonanz ( $\tau_2 = \tau_1$ ). Der Einfluss der Falle auf das Signal ist hier hauptsächlich in der geringeren Signalstärke zu beobachten. Die Falle bewirkt jedoch auch eine leichte Asymmetrie der Kurven vor allem für große  $\tau_1$ .



**Abbildung 4.24:** Einfluss des Impulsechos auf die Atomzahlen in nullter und erster Ordnung. Dargestellt ist die Atomzahl der nullten Ordnung ( $N_{0\hbar q}$ ) abzüglich der Atomzahl in der ersten Ordnung ( $N_{2\hbar q}$ ). Für  $\tau_2 \neq \tau_1$  ist die Verteilung nahezu gleich. Das Impulsecho zeigt sich in der deutlich stärkeren Besetzung der nullten Ordnung für  $\tau_2 = \tau_1$ . Die schwarzen Punkte sind dabei wieder die experimentell gewonnenen Daten, die rote (gestrichelte) Linie ist eine Simulation nach Gl. (2.52).

Für noch größere Entwicklungszeiten verschwindet das Signal völlig. Allerdings ist zu erwarten, dass es zu einem Wiederaufleben des Signals kommt, wenn die Entwicklungszeiten mit der Fallenfrequenz synchronisiert werden, also  $\tau_1 = \tau_2 = 2\pi/\omega_z$ . In der Tat wurde ein ähnliches Experiment mit BECs durchgeführt [Hor07] und es konnte über mehr als 50 ms eine Kohärenz der Zustände nachgewiesen werden. Im hier vorgestellten Experiment führte eine Synchronisation der Pulse mit der Fallenszillation nicht zu einem Wieder-

aufleben des Signals. Eine mögliche Ursache hierfür könnte in akustischem Rauschen der Magnetfalle liegen.

## 4.9 Braggbeugung an einer optischen Stehwelle

Neben der bisher verwendeten Methode einer im Laborsystem ruhenden Atomwolke und eines bewegten optischen Gitters, ist auch der Fall eines festen Gitters und einer bewegten Atomwolke realisierbar.

Für diesen Fall muss die Atomwolke eine Geschwindigkeit von

$$v_{\text{at}} = \frac{\hbar q}{m} \quad (4.31)$$

besitzen. Die Braggbedingung für die Verstimmung der Laser lautet damit analog zu dem bisherigen (2.9)

$$\delta = \frac{2\hbar q^2}{m} - \frac{2\hbar q k_z}{m} = \frac{2\hbar q^2}{m} - 2q v_{\text{at}} = 0. \quad (4.32)$$

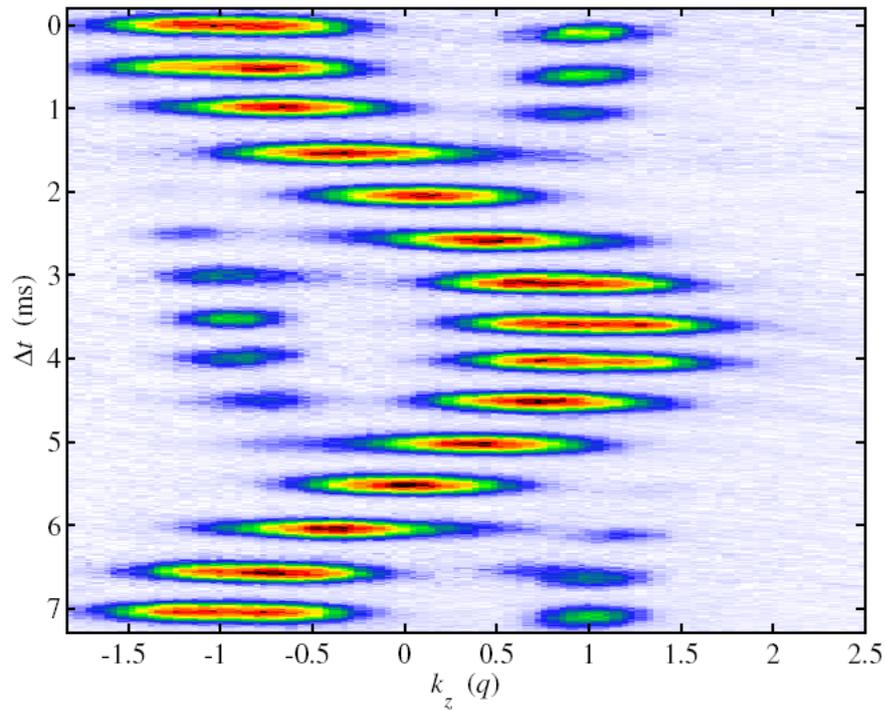
Das heißt, eine Stehwelle koppelt Impulse  $\pm\hbar q$ . Um eine Atomwolke mit passender Geschwindigkeit zu erhalten, muss diese zuvor passend beschleunigt werden. Im hier vorgestellten Experiment geschah dies, indem die Magnetfalle um einen gewissen Betrag  $\Delta z = 112 \mu\text{m}$ , entlang der  $z$ -Achse versetzt wurde. Dieses Versetzen geschah langsam, sodass die Atome der Bewegung adiabatisch folgten und daher keine Geschwindigkeit aufnahmen. Danach wurde die Falle ruckartig in die Ausgangsposition bewegt. Die Atome befanden sich nun relativ zum Fallenzentrum um  $\Delta z$  versetzt und begannen in dieser zu oszillieren. Nach einer viertel Fallenperiode befand sich die Wolke im Fallenzentrum und hatte die maximale Geschwindigkeit erreicht. Zu diesem Zeitpunkt wurde die Stehwelle für eine Dauer  $\tau$  eingeschaltet und die Atome wurden gebeugt. Die Wahl der Auslenkung erfolgt aus der Energieerhaltung

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_{\text{at}}^2 = \frac{1}{2} m \omega_z^2 \Delta z^2 = E_{\text{pot}}. \quad (4.33)$$

In Abb. 4.25 ist ein solches Beugungsexperiment an einer optischen Stehwelle dargestellt. Hier wurden die Atome nach der Beugung in der Falle belassen – ähnlich den Experimenten in Kapitel 4.6. Hier oszillieren sowohl die nullte als auch die erste Beugungsordnung jeweils mit einer Amplitude von  $\hbar q$ .

Die Beugung an der Stehwelle ist der Beugung am bewegten Gitter äquivalent, es handelt sich hier nur um einen Wechsel des Bezugssystems. Experimentell lässt sich jedoch die Beugung am bewegten Gitter mit größerer Präzision betreiben. Die Schwebungsfrequenz der Bragg-Laser ist sehr genau einstellbar, wogegen sich die Auslenkung der Atome und die zeitlich korrekte Einstrahlung der Bragg-Laser nur ungenau einstellen lassen. Darüber hinaus

sind Messungen wie die Braggpektroskopie in diesem Aufbau nur schwer zu realisieren. Aufgrund dieser Tatsachen wurden keine weiterführenden Experimente der Braggbeugung an einer Stehwelle durchgeführt.



**Abbildung 4.25:** Realisierung einer Braggbeugung am Stehwellengitter. Hierbei wurden die Atome nach der Beugung in der Falle gespeichert. Deutlich zu erkennen ist die Oszillation sowohl der Atome in der ersten als auch der nullten Ordnung. Die Amplitude der beiden Oszillationen beträgt  $\hbar q$ .

# Kapitel 5

## Zusammenfassung und Ausblick

### 5.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Dissertation wurde die Braggbeugung von ultrakaltem, fermionischem Lithium ( ${}^6\text{Li}$ ) an optischen Potentialen untersucht. Die Braggbeugung selbst stellt dabei ein Werkzeug dar, welches charakterisiert und auf verschiedene Spezialfälle angewendet wurde.

Zur Charakterisierung der Braggbeugung wurden verschiedene Einflüsse auf die Beugung untersucht. Die Dauer der Wechselwirkung wurde variiert und es konnten Rabi-Oszillationen zwischen den Beugungsordnungen beobachtet werden. Dabei war es auch möglich, den Einfluss einer impulsabhängigen Verstimmung auf die Beugung zu messen.

Die Wirkung der Tiefe des optischen Potentials auf die Beugung wurde ebenfalls untersucht. Zu diesem Zweck wurden Messungen bei unterschiedlichen Intensitäten der verwendeten Bragglaser gemacht. Dabei war es möglich den Übergang von reiner Braggbeugung mit einer Kopplung zwischen zwei Impulszuständen hin zu Beugung im Kapitza-Dirac Regime mit der Kopplung mehrerer Zustände zu vermessen.

Eine Variation der Schwebungsfrequenz der beiden Bragglaser ermöglichte es, den Einfluss der Relativgeschwindigkeit zwischen Atomen und optischem Potential zu beobachten. Diese Messungen ermöglichten eine detaillierte Vermessung der Impulsverteilung der Atome in der Magnetfalle.

Als solches stellte diese Methode bereits die erste Anwendung der Braggbeugung als Bragg-Spektroskopie der Impulsverteilung dar. Mit diesen Messungen war es möglich, die Impulsverteilung in der Falle unbeeinflusst von Ausschalteffekten der Magnetfalle zu messen. Die Beschreibung der Verteilung durch die Maxwell-Boltzmann, bzw. Fermi-Dirac Statistik lieferte unterschiedliche Temperaturen von  $T_{\text{MB}} = 1,5 \mu\text{K}$  bzw.  $T_{\text{FD}} = 1,39 \mu\text{K}$ . Dieser Temperaturunterschied stellt ein direktes Signal der Fermientartung

dar. Damit ermöglicht es die Bragg-spektroskopie den Einfluss der Quantenstatistik auf die thermodynamische Verteilung ultrakalter Atome zu messen.

Untersuchungen der zeitlichen Entwicklung der Atome in der Magnetfalle nach einer Braggbeugung ermöglichten einen Zugang zu den dynamischen Prozessen von kalten Fermionen in Magnetfallen. Eine detaillierte Studie der Oszillation der gebeugten und ungebeugten Atome in der Falle zeigte eine Anharmonizität des verwendeten Potentials. Die genaue Analyse dieser Anharmonizität lieferte den Gradient des sphärischen Quadrupols zu  $\alpha = 135 \text{ G/cm}$  sowie die Fallenfrequenz der Magnetfalle zu  $\omega_z = 181,6 \text{ Hz}$ . Diese Werte sind in sehr guter Übereinstimmung mit den in [Sil05a] theoretisch berechneten ( $\alpha = 141,25 \text{ G/cm}$  und  $\omega_z = 190,8 \text{ Hz}$ ).

Die Untersuchung von Form und Anzahl der gebeugten Atome ließ es zu, Rückschlüsse auf den Stoßprozess zu ziehen. Dabei zeigte sich eine rasche Dämpfung der Oszillation durch Stöße mit Rubidium ( $^{87}\text{Rb}$ ) falls dieses in der Magnetfalle belassen wurde. Die Dämpfung kann zurückgeführt werden auf die Streulänge von  $a = -20 a_B$  [Sil05b, Li08] und die große Anzahl von Rubidium Stoßpartnern. Dabei stimmen die theoretisch berechnete Dämpfungszeit von  $\tau_{\text{damp}} = 107 \mu\text{s}$  und die experimentell bestimmte Dämpfungszeit von  $\tau_{\text{damp}} = 113 \mu\text{s}$  sehr gut überein. Umgekehrt betrug die Dämpfungszeit einzelner Lithiumatome mehr als 3 s, falls das Rubidium aus der Falle entfernt wurde. Daraus ließ sich ein Streuquerschnitt von  $\sigma_{\text{Li, p}} = 1.4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$  bei  $k_B \cdot 5 \mu\text{K}$  Stoßenergie ableiten.

Schließlich war es möglich, die Braggbeugung als Strahlteiler für Materiewellen einzusetzen und damit interferometrische Messungen zu machen. Verschiedene Interferometer konnten damit realisiert werden. Mit zwei Wechselwirkungszeiten, die jeweils einer  $\pi/2$ -Kopplung zwischen den beiden Beugungsordnungen entsprachen, wurde ein Ramsey-Interferometer gebaut. Die variablen Parameter in einem solchen Interferometer sind die Zeit zwischen zwei Kopplungen und der Impuls der Atome. Im Experiment ergaben sich daraus Interferenzstreifen, wobei jedes Maximum dabei dem Ramsey-Peak eines Ramsey-Interferometers entspricht. Es waren Messzeiten von  $30 \mu\text{s}$  realisierbar, die lediglich durch die endliche Auflösung begrenzt waren. Der Signalkontrast dieses Interferometers betrug bis zu 100 %.

Der zweite Typ eines realisierten Interferometers beinhaltete zusätzlich eine Beugung mit  $\pi$ -Kopplung, die eine Umkehrung der Phasenentwicklung bewirkte. Damit wurde ein robustes Signal erzielt, mit dem Kohärenzzeiten von mehr als  $100 \mu\text{s}$  erzielt wurden. Die Limitierung war dabei lediglich die Entwicklung der Atome in der Falle, welche Orts- und Impulskoordinaten koppelt.

## 5.2 Ausblick

Die für zukünftige Experimente herausragenden Messungen beinhalten die Braggpektroskopie von Fermionen und die Interferometrie mit fermionischen Atomen.

Interferometer mit BECs basierend auf der Braggbeugung von Atomen in einer Falle haben bereits Kohärenzzeiten von mehr als 50 ms gezeigt [Hor07]. Dabei wurden die verschiedenen Braggbeugungen mit der Fallenoszillation synchronisiert. Ein ähnliches Schema könnte auch für das hier vorgestellte Interferometer verwendet werden. Ein großer Vorteil der Interferometrie mit Fermionen stellt dabei die geringe Wechselwirkung der Fermionen untereinander dar. Allerdings ist es ebenfalls denkbar Bosonen mit einer fast verschwindenden Streulänge zu verwenden. Mit Hilfe von Feshbachresonanzen lässt sich ein solcher Fall erzielen und führte bereits zu den ersten interferometrischen Messungen mit wechselwirkungsfreien Bosonen [Gus08, Fat08]. Fermionische Interferometer besitzen jedoch prinzipiell eine geringe Streuwahrscheinlichkeit, es bleibt daher eine spannende Frage, welcher Typ Interferometer der geeigneter ist.

Parallel zu den hier vorgestellten Arbeiten wurden mehrere Feshbachresonanzen im  $^6\text{Li}$ - $^{87}\text{Rb}$  System [Deh08] sowie im  $^7\text{Li}$ - $^{87}\text{Rb}$  System gefunden [Mar08]. In der Nähe dieser Resonanzen nimmt die Streulänge zwischen  $^{6(7)}\text{Li}$  und Rubidium stark zu. Die daraus resultierende starke Wechselwirkung sollte auch in der Impulsverteilung des  $^{6(7)}\text{Li}$  zu beobachten sein. Insbesondere im Fall des fermionischen  $^6\text{Li}$  wäre dies interessant. Mit Hilfe der Braggpektroskopie lässt sich der Einfluss der Wechselwirkung auf die Impulsverteilung detektieren, man beobachtet eine Verbreiterung und eine Verschiebung des Spektrums [Ste99]. Für Bosonen in der Nähe einer Feshbachresonanz konnten damit Effekte jenseits der „mean-field“-Näherung beobachtet werden. [Pap08]

In nächster Zeit soll daher Braggpektroskopie an  $^6\text{Li}$  in der Nähe einer  $^6\text{Li}$ - $^{87}\text{Rb}$  Feshbachresonanz betrieben werden. Dies sollte es ermöglichen den Einfluss der Wechselwirkung zwischen Bosonen und Fermionen auf den dynamischen Strukturfaktor der Fermionen zu untersuchen.

Zusammenfassend wurde in dieser Arbeit die Braggbeugung von Fermionen an dynamischen optischen Gittern untersucht. Es zeigt sich, dass Braggbeugung ein leistungsstarkes und flexibles Werkzeug für die Untersuchung von ultrakalten Fermionen ist. Der weitere Einsatz für die Erforschung von Vorgängen in der Nähe einer heteronuklearen Feshbachresonanz oder am Übergang des BEC-BCS Crossovers von Fermionen [Bru06] ist ebenso vielversprechend wie die Entwicklung von Interferometern auf der Basis ultrakalter Fermionen.



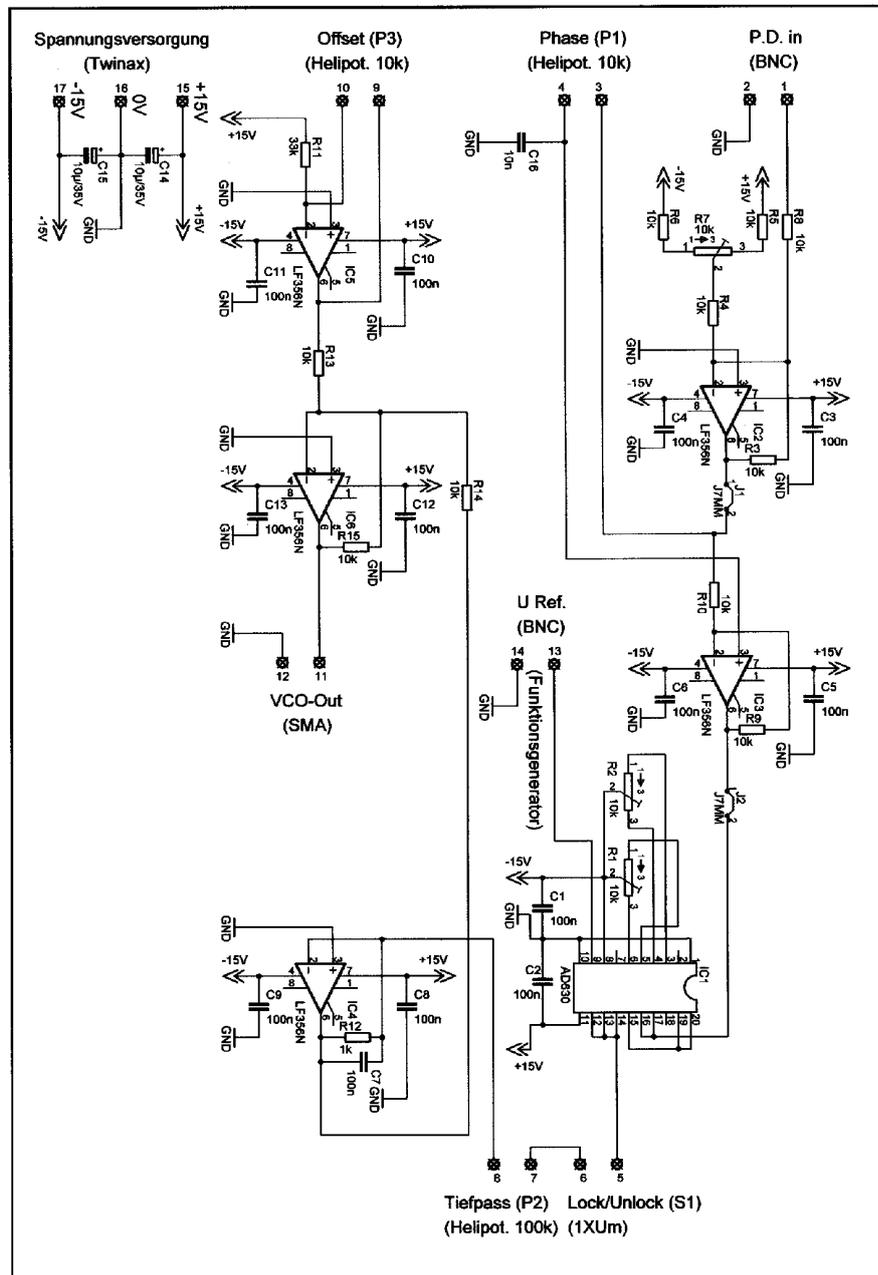
# Anhang A

## Phase-locked loop

Im Folgenden soll kurz die Funktionsweise des verwendeten Phase-Locked-Loops (PLL) beschrieben werden (vgl. Kapitel 3.8.2). Das PLL ist in Abb. A.1 abgebildet. Die verwendeten ICs sind fünf identische Operationsverstärker (LF356) und ein Modulator/Demodulator (AD630).

Das Eingangssignal an „P.D. in“ (Eingang 1 und 2) ist im hier verwendeten Fall die Frequenz des VCO. Dem Eingangssignal wird zunächst ein Offset abgezogen (IC2) um ein reines AC-Signal zu erhalten. Die Einstellung dieses Offsets erfolgt mit Hilfe eines Drehpotentiometers (R7 10 k $\Omega$ ). Diese Einstellung erfolgt einmalig, das Potentiometer befindet sich innerhalb des Gehäuses. Alle weiteren Einstellmöglichkeiten werden mit Drehpotentiometern und einem Kippschalter vorgenommen, die sich außen am Gehäuse befinden.

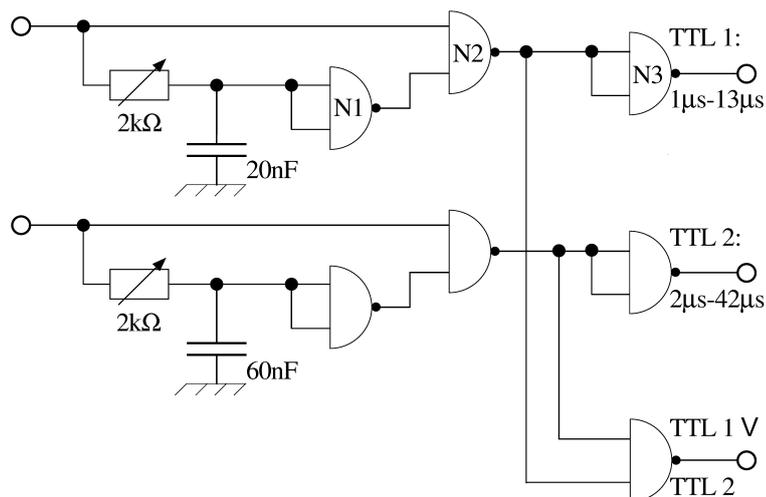
Das erhaltene AC-Signal wird dann phasenverschoben (P1 Heliopotentiometer 10 k $\Omega$ ) und verstärkt (IC3). Dieses Signal wird, ebenso wie die Referenzfrequenz U Ref. (Eingang 13 und 14), in diesem Fall die Frequenz des Signalgenerators, auf den Modulator/Demodulator gegeben. Der Modulator/Demodulator dient eigentlich dazu, einem Träger (Referenz) eine Modulation (VCO-Frequenz) aufzomodulieren. Im hier betrachteten Fall ist diese Modulation gleichbedeutend mit einem Mischen der beiden Frequenzen. Das abgegliche Signal wird mit einem Tiefpass (P2, Heliopotentiometer 100 k $\Omega$ ) zeitlich gemittelt. Dieser Tiefpass ist entscheidend für die Güte der Regelung. Bei einer hohen Grenzfrequenz besteht die Möglichkeit einer Regelschwingung, bei niedriger Grenzfrequenz sind die Regelabweichungen der PLL groß. Schließlich wird das Signal verstärkt (IC4) und ein Offset wird dazuaddiert (P3 Heliopotentiometer 10 k $\Omega$  sowie IC5 und IC6). Damit erhält man die Regelspannung für den VCO.



**Abbildung A.1:** Schaltbild des Phase-Locked-Loop (PLL). Zentraler Baustein ist der IC1 (AD630), mit dessen Hilfe die beiden Radiofrequenzen verglichen werden. Das resultierende (AC-)Signal wird dann mit einem Tiefpass (P2 Heliopotentiometer) gemittelt und dient als Stellsignal für den VCO.

## Anhang B

# Einstellung der Braggpulsdauer



**Abbildung B.1:** Schaltbild der für die Pulsdauereinstellung benutzten Triggerschaltung. Das eigentliche Stellglied für die Dauer der Pulse besteht aus einer Kombination zwischen Widerstandspotentiometer und Kondensator. Mit Hilfe der NAND-Gatter lässt sich dann eine Logikschaltung erreichen, die einen Rechteckpuls mit korrekter Dauer ergibt.

Um die Dauer der Braggpulse einzustellen, wurden Rechteckpulse der gewünschten Länge auf die elektronischen Schalter der Radiofrequenz gegeben. Im Allgemeinen wurden diese Rechteckpulse direkt vom Steuerrechner ausgegeben. Die minimale Dauer zweier aufeinanderfolgender Signale und damit die Länge der Braggpulse beträgt für den Steuerrechner jedoch 4 μs. Kürzere Pulslängen konnten somit mit dem Steuerrechner direkt nicht realisiert werden. In einigen Fällen, z.B. beim Erreichen des Kapitza-Dirac Regi-

mes für Lithium (Kapitel 4.4) waren jedoch kürzere Pulsdauern erforderlich. Für diesen Zweck wurden Pulsgeneratoren entwickelt, die es erlaubten, auch Pulsdauern von einigen 100 ns zu realisieren.

Abb. B.1 zeigt das Schaltbild für zwei solche Pulsgeneratoren. Die Funktionsweise soll nun anhand des oberen kurz erläutert werden. Als zeitliches Stellglied dient eine Potentiometer Kondensator Kombination. Die verwendeten Logikglieder sind Schmitttrigger NAND Bauteile (74HC132). Als Schaltsignal dient ein TTL-Puls vom Steuerrechner. Wenn ein solcher erfolgt, so lädt sich zunächst der Kondensator auf. Während dieser Zeit liegt am Eingang von N1 noch immer eine niedrige Spannung, ein „Low“-Signal. Am Ausgang liegt damit ein „High“-Signal. An N2 liegt somit an beiden Eingängen ein High-Signal, weshalb der Ausgang wiederum auf Low liegt. Der abschließende Invertierer N3 liefert damit wieder ein High-Signal. Nach einer gewissen Zeit überschreitet die Spannung am Eingang von N1 den kritischen Wert von ca. 2,5 V und das NAND-Glied schaltet auf Low. Dementsprechend liegt der Ausgang von N3 ebenfalls auf Low. Sollte das Steuersignal ohnehin auf niedriger Spannung liegen, liegt der Ausgang von N3 ebenfalls auf Low. Die Dauer eines Pulses am Ausgang von N3 ist durch die Ladekurve des RC-Gliedes bestimmt und kann daher in gewissem Rahmen mit Hilfe des Potentiometers eingestellt werden. Die Schaltung der einzelnen NAND-Glieder wird in Tab. B.1 noch einmal zusammengefasst.

Steuersignal	RC-Glied	N1	N2	N3
1	0	1	0	1
	1	0	1	0
0	1	0	1	0
	0	1	1	0

**Tabelle B.1:** Wahrheitstabelle für die Signale am Ausgang der NAND-Glieder. Das Steuersignal kommt direkt vom Experimentrechner, Spalte zwei gibt die Spannung am Eingang von N2 an.

Je nach Experiment konnten damit mehrere Pulse unterschiedlicher Pulsdauer realisiert werden. Für ein Braggexperiment mit nur einem einzelnen Puls, konnte TTL 1 oder TTL 2 verwendet werden. Der gesamte Aufbau von Abb. B.1 ist für ein Ramseyexperiment mit zwei Braggpulsen geeignet. Für Experimente mit mehr Pulsen wurden mehrere der abgebildeten Schaltungen in Kombination verwendet. Für die Spannungsversorgung diente ein 15 V Versorgungssignal und ein einfacher Spannungsregler (LM7805).

## Anhang C

# Impulsverteilungen nach Fermi-Dirac und Maxwell-Boltzmann Statistik

In diesem Kapitel soll die Impulsverteilung von Fermionen und klassischen Teilchen in einer harmonischen Falle hergeleitet werden. Analoge Rechnungen, auch zur räumlichen Dichteverteilung, finden sich in [Gün06].

Der größte Teil der Berechnungen wird für Bosonen und Fermionen ausgeführt werden. In abweichenden Fällen wird dies erwähnt werden.

### C.1 Zustandsdichte und chemisches Potential

#### C.1.1 Die Zustandsdichte

Begonnen werden soll mit der Zustandsdichte. Diese ist für Bosonen wie Fermionen definiert als

$$\int g(\epsilon)d\epsilon = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{x}\mathbf{k}. \quad (\text{C.1})$$

Unter Verwendung von Kugelkoordinaten für den Impuls erhalten wir

$$\int g(\epsilon)d\epsilon = \frac{4\pi}{(2\pi)^2} \int d^3\mathbf{x}k^2dk. \quad (\text{C.2})$$

Mit der Gesamtenergie  $\epsilon = \frac{\hbar^2k^2}{2m} + U(\mathbf{x})$  lässt sich das Integral über den Impuls in ein Integral über die Energie umschreiben.

$$\int g(\epsilon)d\epsilon = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int d^3\mathbf{x} \int d\epsilon \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{x})}. \quad (\text{C.3})$$

Für eine harmonische Falle gilt  $U(\mathbf{x}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2x^2 + \omega_y^2y^2 + \omega_z^2z^2)$ . Für diesen Fall lässt sich die Zustandsdichte mit Hilfe einer Integraltabelle [Bro] und

einiger Substitutionen lösen

$$\begin{aligned}
 g(\epsilon) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int d^3\mathbf{x} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{x})} \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int d^3\mathbf{x} \sqrt{\epsilon - \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)} \\
 &= \frac{4\pi}{(2\pi)^2} \left( \frac{2}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 \epsilon^2 \int_0^1 \rho^2 d\rho \sqrt{1 - \rho^2} \\
 &= \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3}, \tag{C.4}
 \end{aligned}$$

dabei ist  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$  die mittlere Fallenfrequenz.

### C.1.2 Das chemische Potential

Mit der Zustandsdichte lässt sich nun das chemische Potential berechnen. Dazu betrachtet man die Phasenraumdichte

$$\omega_{(\mu, \Gamma)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} \pm 1}, \tag{C.5}$$

mit  $\beta = 1/k_B T$  und dem chemischen Potential  $\mu$ . In der Phasenraumdichte steht das „+“-Zeichen für Fermionen und das „-“-Zeichen für Bosonen. Integriert man die Phasenraumdichte über den gesamten Phasenraum, erhält man die Gesamtatomzahl

$$\begin{aligned}
 N &= \int \omega_{(\mu, \Gamma)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{k} \\
 &= \int \frac{g(\epsilon) d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} \pm 1} \\
 &= \frac{1}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \int \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{e^{-\beta\mu} e^{\beta\epsilon} \pm 1} \\
 &= \left( \frac{k_B T}{\hbar\bar{\omega}} \right)^3 f_{\text{FB},3}(Z). \tag{C.6}
 \end{aligned}$$

dabei ist  $Z = e^{\beta\mu}$  und die Fermi- bzw. Bosefunktion ist definiert als

$$f_{\text{FB},\eta}(Z) = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty \frac{x^{\eta-1} dx}{Z^{-1} e^x \pm 1} = \sum_{t=1}^\infty \pm \frac{(\pm Z)^t}{t^\eta}. \tag{C.7}$$

Das „+“-Zeichen steht auch hier wieder für die Fermifunktion, und das „-“-Zeichen für die Bosefunktion. Mit  $\Gamma(\eta)$  ist die Gammafunktion bezeichnet.

### Grenzfall für tiefe Temperaturen

Aus Gl. (C.6) ergibt sich das chemische Potential von  $N$  Atomen in einer Falle bei einer Temperatur  $T$ . Für den Grenzfall  $T \ll 1$  also sehr kalte Temperaturen lässt sich dafür die Sommerfeldentwicklung der Fermifunktion verwenden [Gün06]

$$f_{F,\eta}(e^x) \simeq \frac{x^\eta}{\Gamma(\eta+1)} \left( 1 + \frac{\pi^2 \eta(\eta-1)}{6x^2} + \frac{7\pi^4 \eta(\eta-1)(\eta-2)(\eta-3)}{360x^4} + \dots \right). \quad (\text{C.8})$$

Mit dem ersten Term dieser Entwicklung kann Gl. (C.6) für Fermionen bei  $T = 0$  umgeschrieben werden zu

$$N = \left( \frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 \frac{(\beta \mu)^3}{\Gamma(4)}. \quad (\text{C.9})$$

Damit erhält man das chemische Potential bei  $T = 0$

$$\mu = \hbar \bar{\omega} (6N)^{1/3}. \quad (\text{C.10})$$

### Grenzfall für hohe Temperaturen

Für hohe Temperaturen  $T \gg 1$  erhält man den klassischen Grenzfall. Hier lässt sich bereits Gl. (C.6) umschreiben

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{2(\hbar \bar{\omega})^3} \int \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{e^{-\beta \mu} e^{\beta \epsilon} \pm 1} \\ &\simeq \frac{1}{2(\hbar \bar{\omega})^3} \int_0^\infty \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{e^{-\beta \mu} e^{\beta \epsilon}} \\ &= \left( \frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 e^{\frac{\mu}{k_B T}}, \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

wobei für den letzten Schritt eine Integraltabelle praktisch ist.

Die experimentell relevanten Temperaturen lagen bei keinem der beiden Grenzfälle. Das chemische Potential für die Berechnungen in Kapitel 4.5 wurde numerisch bestimmt, indem die Funktion

$$f(\mu) = \frac{1}{2(\hbar \bar{\omega})^3} \int \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{e^{-\beta \mu} e^{\beta \epsilon} \pm 1} - N \quad (\text{C.12})$$

für verschiedene chemische Potentiale minimiert wurde.

## C.2 Impulsverteilung für klassische Teilchen

Die Impulsverteilung erhält man wiederum indem die Phasenraumdichte über den Ort integriert wird

$$\begin{aligned}
 n(\mathbf{k}) &= \int \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{x}}{e^{\beta(\epsilon(\mathbf{k})+U(\mathbf{x})-\mu)} \pm 1} \\
 &= \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \int \frac{\rho^2 d\rho}{e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(\mathbf{k})-\mu)} \pm 1}. \quad (\text{C.13})
 \end{aligned}$$

Dabei wurden dieselben Substitutionen wie in Gl. (C.4) verwendet. Für hohe Temperaturen ist es möglich wieder eine einfache Näherung finden, indem die Eins im Nenner weggelassen wird. Man erhält dann

$$\begin{aligned}
 n(\mathbf{k}) &= \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} e^{-\beta\epsilon(\mathbf{k})} e^{\beta\mu} \int \rho^2 e^{-\rho^2} d\rho \\
 &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left( \frac{1}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} e^{-\beta\epsilon(\mathbf{k})} e^{\beta\mu}. \quad (\text{C.14})
 \end{aligned}$$

Mit Gl. (C.11) und der kinetischen Energie

$$\epsilon(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k_x^2 + \hbar^2 k_y^2 + \hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (\text{C.15})$$

vereinfacht sich Gl. (C.14) zu

$$n(\mathbf{k}) = \frac{N}{(2\pi\sigma_k^2)^{3/2}} e^{-(k_x^2+k_y^2+k_z^2)/2\sigma_k^2}, \quad (\text{C.16})$$

mit  $\sigma_k = \sqrt{mk_B T/\hbar^2}$ .

## C.3 Impulsverteilung von Fermionen

Die Impulsverteilung von Fermionen kann analog zu Gl. (C.13) hergeleitet werden

$$\begin{aligned}
 n(\mathbf{k}) &= \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \int \frac{\rho^2 d\rho}{e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(\mathbf{k})-\mu)} \pm 1} \\
 &= \frac{2\pi}{(2\pi)^3} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \int \frac{\sqrt{t} dt}{e^t e^{\beta(\epsilon(\mathbf{k})-\mu)} \pm 1}. \quad (\text{C.17})
 \end{aligned}$$

mit der Definition der Fermi- und Bosefunktion lässt sich dies zusammenfassen und man erhält

$$n(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \Gamma(3/2) f_{\text{FB},3/2}(e^{\beta(\mu-\epsilon(\mathbf{k}))}). \quad (\text{C.18})$$

## C.4 Zweidimensional integrierte Impulsverteilung

Um die Impulsverteilung entlang einer Achse zu erhalten, werden die anderen beiden Achsen aufintegriert. In den Experimenten zur Braggbeugung ist nur diese integrierte Impulsverteilung von Bedeutung.

### C.4.1 Klassische Impulsverteilung entlang $k_z$

Für die klassische Impulsverteilung entlang einer Achse wird die Impulsverteilung von Gl. (C.16) in zwei Achsen aufintegriert.

$$\begin{aligned}
 n(k_z) &= \frac{N}{(2\pi\sigma_k^2)^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(k_x^2+k_y^2)/2\sigma_k^2} e^{-k_z^2/2\sigma_k^2} dk_x dk_y \\
 &= \frac{2N}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-k_z^2/2\sigma_k^2} \int_0^{\infty} e^{-k^2} k dk \\
 &= \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} e^{-k_z^2/2\sigma_k^2}. \tag{C.19}
 \end{aligned}$$

### C.4.2 Fermiverteilung entlang $k_z$

Im Falle der Impulsverteilung von Fermionen (und Bosonen) integriert man die erste Zeile von Gl. (C.17) in zwei Dimensionen auf

$$\begin{aligned}
 n(k_z) &= \frac{2}{(2\pi)^2} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \int \frac{\rho^2 d\rho dk_x dk_y}{e^{\rho^2} e^{\beta \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2+k_y^2)} e^{\beta(\epsilon(k_z)-\mu)} \pm 1} \\
 &= \frac{4\pi}{(2\pi)^2} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \left( \frac{m}{\beta \hbar^2} \right) \int \frac{\rho^2 d\rho 2k dk}{e^{\rho^2} e^{k^2} e^{\beta(\epsilon(k_z)-\mu)} \pm 1} \\
 &= \frac{1}{\pi} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{3/2} \left( \frac{m}{\beta \hbar^2} \right) \int \int_0^{\infty} \frac{\rho^2 d\rho dq}{e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z)-\mu)} e^q \pm 1}. \tag{C.20}
 \end{aligned}$$

Die Integration lässt sich wieder mit Hilfe einer Integraltabelle bewerkstelligen. Dort findet man

$$\int \frac{dx}{b + ce^{ax}} = \frac{x}{b} - \frac{1}{ab} \ln(b + ce^{ax}). \tag{C.21}$$

Dabei ist hier  $a = 1$ ,  $b = \pm 1$  und  $c = e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z) - \mu)}$ . Für diesen Fall ergibt sich folgendes Integral

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{dx}{e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z) - \mu)} e^x \pm 1} &= \pm x \mp \ln \left( e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z) - \mu)} e^x \pm 1 \right) \Big|_0^\infty \\ &= \pm \ln \left( e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z) - \mu)} \pm 1 \right) + \\ &\quad + \lim_{x \rightarrow \infty} \pm x \left( 1 - \rho^2 \beta(\epsilon(k_z) - \mu) \right). \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Der zweite Term verschwindet dabei aus Normierungsgründen. Für die Impulsverteilung von Fermionen und Bosonen entlang der  $k_z$ -Achse folgt damit

$$n(k_z) = \frac{2}{\pi(\beta\hbar\bar{\omega})^2} \left( \frac{2}{\beta m \bar{\omega}^2} \right)^{1/2} \pm \int_0^\infty \ln \left( e^{\rho^2} e^{\beta(\epsilon(k_z) - \mu)} \pm 1 \right) \rho^2 d\rho. \quad (\text{C.23})$$

Für die experimentelle Auswertung wurde dieses Integral numerisch gelöst.

# Literaturverzeichnis

- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science, **269** 198 (1995).
- [Bir95] G. Birkl, M. Gatzke, I. H. Deutsch, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices*. Phys. Rev. Lett., **75** 2823 (1995).
- [Bla00] P. B. Blakie und R. J. Ballagh. *Mean-field treatment of Bragg scattering from a Bose-Einstein condensate*. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, **33** 3961 (2000).
- [Bon94] R. Bonifacio, L. De Salvo, L. M. Narducci und E. J. D'Angelo. *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*. Phys. Rev. A, **50** 1716 (1994).
- [Bon01] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer und K. Sengstock. *Waveguide for Bose-Einstein condensates*. Phys. Rev. A, **63** 031602 (2001).
- [Bra12] W. L. Bragg. Proc.Camb.Phil.Soc, **17** 43 (1912).
- [Bra95] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett und R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Phys. Rev. Lett., **75** 1687 (1995).
- [Bro] I. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik* (Verlag Harri Deutsch). ISBN 3-8171-2004-4.
- [Bru06] G. M. Bruun und G. Baym. *Bragg spectroscopy of cold atomic Fermi gases*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **74** 033623 (2006).
- [Cha07] K. J. Challis, R. J. Ballagh und C. W. Gardiner. *Bragg Scattering of Cooper Pairs in an Ultracold Fermi Gas*. Physical Review Letters, **98** 093002 (2007).

- [Che05] F. Chevy, E. G. M. van Kempen, T. Bourdel, J. Zhang, L. Khaykovich, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans und C. Salomon. *Resonant scattering properties close to a p-wave Feshbach resonance*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **71** 062710 (2005).
- [Chi00] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta und W. Ketterle. *Suppression and Enhancement of Impurity Scattering in a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **85** 483 (2000).
- [Dal89] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*. J. Opt. Soc. Am. B, **6** 2023 (1989).
- [Dal99] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Rev. Mod. Phys., **71** 463 (1999).
- [Dav27] C. Davisson und L. G. Germer. *The Scattering of Electrons by a Single Crystal of Nickel*. Nature, **119** 558 (1927).
- [Dav95] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*. Phys. Rev. Lett., **75** 3969 (1995).
- [Deh08] B. Deh, C. Marzok, C. Zimmermann und P. W. Courteille. *Feshbach resonances in mixtures of ultracold  $^6\text{Li}$  and  $^{87}\text{Rb}$  gases*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **77** 010701 (2008).
- [DeM99a] B. DeMarco, J. L. Bohn, J. P. Burke, M. Holland und D. S. Jin. *Measurement of p-Wave Threshold Law Using Evaporatively Cooled Fermionic Atoms*. Phys. Rev. Lett., **82** 4208 (1999).
- [DeM99b] B. DeMarco und D. S. Jin. *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas*. Science, **285** 1703 (1999).
- [Dic54] R. H. Dicke. *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*. Phys. Rev., **93** 99 (1954).
- [Don04] T. Donner. *Mischungen von Lithium und Rubidium im entarteten Regime*. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2004).
- [Ewa62] P. P. Ewald. *50 Years of X-Ray Diffraction* (International Union of Crystallography, 1962).

- [Fat08] M. Fattori, C. D’Errico, G. Roati, M. Zaccanti, M. Jona-Lasinio, M. Modugno, M. Inguscio und G. Modugno. *Atom Interferometry with a Weakly Interacting Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, **100** 080405 (2008).
- [Fer47] E. Fermi und L. Marshall. *Interference Phenomena of Slow Neutrons*. Phys. Rev., **71** 666 (1947).
- [Gar06] O. Garcia, B. Deissler, K. J. Hughes, J. M. Reeves und C. A. Sackett. *Bose-Einstein-condensate interferometer with macroscopic arm separation*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **74** 031601 (2006).
- [Gil95] D. M. Giltner, R. W. McGowan und S. A. Lee. *Atom Interferometer Based on Bragg Scattering from Standing Light Waves*. Phys. Rev. Lett., **75** 2638 (1995).
- [Gün06] S. Günther. *Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*. Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2006).
- [Got62] Y. V. Gott, M. S. Ioffe und V. G. Telkovsky. Nuclear Fusion, Suppl., Pt. 3, S. 1045–1049 (1962).
- [Gou86] P. L. Gould, G. A. Ruff und D. E. Pritchard. *Diffraction of atoms by light: The near-resonant Kapitza-Dirac effect*. Phys. Rev. Lett., **56** 827 (1986).
- [Gus08] M. Gustavsson, E. Haller, M. J. Mark, J. G. Danzl, G. Rojas-Kopeinig und H.-C. Nägerl. *Control of Interaction-Induced Dephasing of Bloch Oscillations*. Physical Review Letters, **100** 080404 (2008).
- [Haa07] M. Haas, V. Leung, D. Frese, D. Haubrich, S. John, C. Weber, A. Rauschenbeutel und D. Meschede. *Species-selective microwave cooling of a mixture of rubidium and caesium atoms*. New Journal of Physics, **9** 147 (2007).
- [Hah50] E. L. Hahn. *Spin Echoes*. Phys. Rev., **80** 580 (1950).
- [Hor07] M. Horikoshi und K. Nakagawa. *Suppression of Dephasing due to a Trapping Potential and Atom-Atom Interactions in a Trapped-Condensate Interferometer*. Physical Review Letters, **99** 180401 (2007).
- [Ino99a] S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. E. Pritchard und W. Ketterle. *Superradiant Rayleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate*. Science, **285** 571 (1999).

- [Ino99b] S. Inouye, T. Pfau, S. Gupta, A. Chikkatur, A. Gorlitz, D. Pritchard und W. Ketterle. *Phase-coherent amplification of atomic matter waves*. Nature, **402** 1 (1999).
- [Kas91] M. Kasevich und S. Chu. *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*. Phys. Rev. Lett., **67** 181 (1991).
- [Ket01] W. Ketterle und S. Inouye. *Does Matter Wave Amplification Work for Fermions?*. Phys. Rev. Lett., **86** 4203 (2001).
- [Kni12] P. Knipping, W. Friedrich und M. von Laue. *Sitzungsberichte der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften* (1912).
- [Koz99a] M. Kozuma, L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction*. Phys. Rev. Lett., **82** 871 (1999).
- [Koz99b] M. Kozuma, Y. Suzuki, Y. Torii, T. Sugiura, T. Kuga, E. W. Hagley und L. Deng. *Phase-Coherent Amplification of Matter Waves*. Science, **286** 2309 (1999).
- [Kru03] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann und P. W. Courteille. *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*. Phys. Rev. Lett., **91** 183601 (2003).
- [Li08] Z. Li, S. Singh, T. Tscherbul und K. Madison. *Feshbach resonances in ultracold  $^{85}\text{Rb}$ - $^{87}\text{Rb}$  and  $^6\text{Li}$ - $^{87}\text{Rb}$  mixtures*. arXiv:0807.0417v2 (2008).
- [Mar88] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich und D. E. Pritchard. *Bragg scattering of atoms from a standing light wave*. Phys. Rev. Lett., **60** 515 (1988).
- [Mar07] C. Marzok, B. Deh, P. W. Courteille und C. Zimmermann. *Ultra-cold thermalization of  $^7\text{Li}$  and  $^{87}\text{Rb}$* . Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **76** 052704 (2007).
- [Mar08] C. Marzok. *Heteronukleare Feshbachresonanzen in ultrakalten Lithium-Rubidium Gemischen*. Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2008).
- [Mun06] S. R. Muniz, D. S. Naik und C. Raman. *Bragg spectroscopy of vortex lattices in Bose-Einstein condensates*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), **73** 041605 (2006).
- [Pap08] S. B. Papp, J. M. Pino, R. J. Wild, S. Ronen, C. E. Wieman, D. S. Jin und E. A. Cornell. *Bragg spectroscopy of a strongly interacting  $^{85}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensate*. arXiv:0805.0295v1 (2008).

- [Pri83] D. E. Pritchard. *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*. Phys. Rev. Lett., **51** 1336 (1983).
- [Ram49] N. F. Ramsey. *A New Molecular Beam Resonance Method*. Phys. Rev., **76** 996 (1949).
- [Roa04] G. Roati, E. de Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Modugno und M. Inguscio. *Atom Interferometry with Trapped Fermi Gases*. Phys. Rev. Lett., **92** 230402 (2004).
- [Sch03] D. Schneble, Y. Torii, M. Boyd, E. W. Streed, D. E. Pritchard und W. Ketterle. *The Onset of Matter-Wave Amplification in a Superradiant Bose-Einstein Condensate*. Science, **300** 475 (2003).
- [Sil00] C. Silber. *Eine kombinierte magnetooptische Falle für bosonisches und fermionisches Lithium*. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2000).
- [Sil05a] C. Silber. *Sympathetisches Kühlen von  $^6\text{Lithium}$  mit  $^{87}\text{Rubidium}$* . Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2005).
- [Sil05b] C. Silber, S. Günther, C. Marzok, B. Deh, P. W. Courteille und C. Zimmermann. *Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases*. Physical Review Letters, **95** 170408 (2005).
- [Sim00] J. E. Simsarian, J. Denschlag, M. Edwards, C. W. Clark, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *Imaging the Phase of an Evolving Bose-Einstein Condensate Wave Function*. Phys. Rev. Lett., **85** 2040 (2000).
- [Sla05] S. Slama, C. von Cube, B. Deh, A. Ludewig, C. Zimmermann und P. W. Courteille. *Phase-Sensitive Detection of Bragg Scattering at 1D Optical Lattices*. Physical Review Letters, **94** 193901 (2005).
- [Ste99] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard und W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., **82** 4569 (1999).
- [Tho27] Thomson, George Paget and Reid, A. *Diffraction of Cathode Rays by a Thin Film*. Nature, **119** 558 (1927).
- [Tor00] Y. Torii, Y. Suzuki, M. Kozuma, T. Sugiura, T. Kuga, L. Deng und E. W. Hagley. *Mach-Zehnder Bragg interferometer for a Bose-Einstein condensate*. Phys. Rev. A, **61** 041602 (2000).
- [Wei95] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger und T. W. Hänsch. *Bragg Diffraction in an Atomic Lattice Bound by Light*. Phys. Rev. Lett., **75** 4583 (1995).



# Danke

Im September 2004 habe ich bei meinen Vorgängern, Christian Silber und Sebastian Günther, angefragt ob ich denn ihr Projekt übernehmen könnte, und die beiden haben mich tapfer in die Geheimnisse einer Lithium-Rubidium Mischung eingeführt. Ich möchte mich herzlich bei den beiden bedanken für die Mühe all die vielen Fragen zu dieser umfangreichen Apparatur auch noch Jahre nach der Doktorarbeit zu beantworten. Nach inzwischen fast vier Jahren kann ich sagen, dass die beiden ganze Arbeit geleistet und ein unglaublich robustes und trotzdem flexibel erweiterbares Experiment aufgebaut haben.

Natürlich ging die Arbeit nicht immer glatt von der Hand und es gab einige Probleme die mich mächtig ins Schwitzen brachten. Daher bin ich froh diese Arbeit nicht alleine gemacht zu haben (was wohl auch nicht geklappt hätte). In Carsten Marzok hatte ich einen zähen Mitstreiter und gemeinsam ist es immer wieder gelungen die Tücken der Technik oder der Natur zu meistern. Auch Ihm einen herzlichen Dank für all die Hilfe im Kampf gegen die „roten Teufel“.

Dass ich diese Arbeit überhaupt machen konnte verdanke ich natürlich unserem Chef Claus Zimmermann. Er hat es möglich gemacht auch einmal an Problemen zu arbeiten, bei denen die Frage „und wofür braucht man das?“ nicht immer einfach zu beantworten war. Aber nicht nur das, wenn scheinbar unlösbare Probleme auftauchten, hatte er immer eine offene Tür, ein offenes Ohr und meistens auch eine Lösung. Für all das möchte ich mich bedanken und dafür auch ein völlig nichtphysikalisches Gespräch in gemütlicher Runde führen zu können.

Wenn wir vor lauter Problemen die Physik nicht mehr gesehen haben, dann wusste Philippe Courteille wo es weitergeht. Er war fast so etwas wie das „Mastermind“ des Projekts und half uns bei theoretischen und konzeptionellen Schwierigkeiten immer wieder schnell auf die Beine. Vielen Dank dafür und natürlich für Rotwein und guten Käse in Frankreich.

Arbeit im Labor bedeutet auch jede Menge elektronisches und mechanisches Spielzeug. Damit wurden wir immer wieder von unseren Werkstätten versorgt. Ich möchte mich daher bei der Feinmechanik Werkstatt um Herrn Brodbeck bedanken, wenn es was zu drehen, fräsen und bohren gab wurde es erledigt, auch dann wenns mal wieder ganz unglaublich dringend war.

Auch bei Herrn Schreyer und seinen Mitarbeitern in der Elektronikwerkstatt möchte ich mich bedanken. All die vielen elektronischen Spielereien die sie für uns gebaut haben sind nicht nur unglaublich cool sondern auch enorm hilfreich. Aber nicht nur das, wenn man irgendetwas brauchte war die erste Adresse immer Herr Schreyer, meist mit Erfolg.

Glücklicherweise beinhaltet das Leben eines Doktoranden in der Quantenoptik nicht nur die Arbeit im dunklen Labor. Die ganze Arbeitsgruppe hat dafür gesorgt, dass ich immer mal wieder den Kopf herausgestreckt und mir ein Stück Geburtstagskuchen geklaut habe. Außerdem waren da die Diskussionen beim Kaffee und wirklich tolle Seminare im Sommer (Bretagne), wie im Winter (Österreich) bei denen man nicht nur Spaß an der Physik haben konnte. Ich möchte mich bei allen im 5. Stock bedanken, nicht nur für den Spaß, sondern auch für die hilfreichen Diskussionen und Tips die immer wieder weitergeholfen haben. Besonders erwähnt sei dabei Gordon Krenz, für den nachmittäglichen Tee.

Wenn diese Arbeit nicht gar zu sehr von Fehlern strotzt und vielleicht sogar ein wenig verständlich sein sollte, so liegt dies ganz bestimmt an den Korrekturlesern Helge, Sebastian und Bettina, die eine ganze Menge zu rechtgerückt haben. Vielen Dank für euren Einsatz.

Bei der Cafeteria möchte ich mich für die Schokomilch bedanken.

Auch bei der Forschung gibt es eine Menge Verwaltungskram. Dass wir trotzdem nicht davon erdrückt werden liegt zum einen an Frau Lossa unserer Sekretärin die sich um fast alle Belange des Stocks kümmert, vom Sprudel bis zum tollen Seminarplatz in Österreich. Aber auch die Verwaltung des Physikalischen Instituts, Frau Walz, Frau Eiskant, Herr Lang und natürlich Herr Lindel haben das Leben doch recht einfach gemacht. Vielen Dank dafür.

Herr Lang und Herr Lindel haben außerdem dafür gesorgt, dass ich nicht völlig einroste sondern ab und zu einen „Spaziergang“ durch den Schönbuch mache. Danke fürs mitnehmen und die Gespräche.

Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken die mich bis zu dieser Doktorarbeit begleitet und unterstützt haben. Ohne sie wäre ich bestimmt nicht bis hierher gekommen.

Vielen Dank sei meiner Frau Miriam für drei wundervolle Jahre. Ihr konnte ich von all den wirren Dingen erzählen die Physiker so treiben ohne dafür ein verständnisloses Kopfschütteln zu ernten. Trotzdem war es auch möglich nicht nur Physiker sondern ab und zu einfach nur Mensch zu sein.

Gott sei Dank, im wahrsten Sinne. Er hat mich begabt, so dass dies alles möglich war und in diesen fast vier Jahren hat er mich auch dann getragen wenn es so aussah als würde nichts klappen. Meinem Herrn Jesus Christus sei Dank dafür.

# Curriculum vitae

## Persönliche Daten:

Geburtsdatum: 9. März 1977  
Geburtsort: Kirchheim unter Teck  
Nationalität: deutsch  
Familienstand: verheiratet

## Adresse:

Schwabstraße 61  
72074 Tübingen  
(07071) 993505  
benjamin.deh@googlemail.com

## Heimatadresse:

Wäldleweg 1  
72622 Nürtingen  
(07022) 8419

## Schulische Ausbildung

1987-1993 Neckar-Realschule II in Nürtingen

1993 Mittlere Reife

1993-1996 Max-Eyth-Schule in Kirchheim unter Teck

1996 Abitur

## Zivildienst

1997 - 1998 Pflegehelfer im KKH Nürtingen

## Studium

1998 - 2004 Studium der Physik, Eberhard-Karls Universität zu Tübingen

2001 - 2002 Studium an der University of Guelph (Ontario, Canada) im Rahmen des Ontario-Baden-Württemberg (OBW) Austauschprogramms

2003 - 2004 Diplomarbeit bei Prof. Dr. Claus Zimmermann, Eberhard-Karls Universität zu Tübingen zum Thema *Braggspektroskopie am eindimensionalen optischen Gitter*

ab Dezember 2004 Promotion in Physik bei Prof. Dr. Claus Zimmermann, Eberhard-Karls Universität zu Tübingen zum Thema *Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen*

Meine Akademischen Lehrer waren die Professoren:

Heinz Clement, John R. Dutcher, Amand Fäßler, Helmut Fischer,  
Friedrich Gönnerwein, Peter Grabmayr, Thomas Gutsche, Helmut Kaul,  
Reinhold Kleiner, Mario Liu, Herbert Mütter, Bernhard G. Nickel,  
Erich Plies, Andreas Schwenk, Günter Staudt, Donald E. Sullivan,  
Carl E. Svensson, Klaus Werner, Gerhard J. Wagner, David Wharam  
und Claus Zimmermann